درس‌نامه + پرسش‌های چهارگزینه‌ای + پاسخ‌های کاملاً تشریحی

حسابان ۲ (دوازدهم)

ویراست دوم

کاظم اجلالی، ارشک حمیدی

نشر الگو

پیش‌گفتار

به نام خدا

این کتاب را بر اســاس محتوای حســابان ۲ ســال دوازدهم و با هدف آموزش عمیق‌تر مفاهیم درســی و کسب مهارت در حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای نوشته‌ایم. بنابراین، کتاب حاضر مکمل کتاب درسی است و رویکرد آن آموزش نکات و مطالبی است که برای حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای مفیدند.

هر فصل کتاب به چند درس تقســیم شــده است. در ابتدای هر درس، ضمن مرور نکات مربوط به آن، روش‌های اصلی حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای را با آوردن نمونه‌هایی از این پرسش‌ها آموزش داده‌ایم. پس از آن، تعداد زیادی پرسش چهارگزینه‌ای آورده‌ایم و راه‌حل آن‌ها را در انتهای کتاب گنجانده‌ایم. در انتخاب این پرسش‌ها به تنوع و فراوانی اهمیت داده‌ایم. به این ترتیب، با مطالعهٔ این کتاب، تقریباً هر آن‌چه را که برای حل پرســش‌های چهارگزینه‌ای و کســب آمادگی برای شــرکت در آزمون‌های مختلف نیاز دارید به‌دست خواهید آورد.

در این ویراســت تعدادی پرســش چهارگزینه‌ای اضافه کرده‌ایم. همچنین پرســش‌های هر مبحث از درس را به ســه دسته تقســیم کرده‌ایم. در دســتهٔ اول پرســش‌هایی ســاده و مفهومی را آورده‌ایم که با حل آن‌ها مفاهیم آن مبحث مرور می‌شود. این پرسش‌ها کمتر در آزمون‌ها دیده می‌شوند ولی برای تسلط بر مفاهیم درس، حل آن‌ها ضروری است. در دستهٔ دوم پرسش‌هایی را آورده‌ایم که ســطح دشــواری آن‌ها متوسط است و در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری بیشتر این نوع پرسش‌ها مطرح می‌شــود. تعداد این پرسش‌ها بسیار بیشــتر از پرسش‌های دستهٔ اول است و حل آن‌ها را به تمام خوانندگان توصیه می‌کنیم. در دســتهٔ ســوم پرسش‌هایی را آورده‌ایم که ســطح دشواری آن‌ها بالاتر از پرسش‌های دستهٔ دوم اســت. تعداد این پرسش‌ها زیاد نیســت و حل آن‌ها به دانش‌آموزان مســتعد و سخت‌کوش توصیه می‌شود. این دســته از پرسش‌ها ممکن است در آزمون‌های آزمایشــی و کنکور سراســری مطرح شوند ولی فراوانی آن‌ها کم است. در انتهای کتاب هم آزمون‌هایی برای جمع‌بندی و مرور هر فصل قرار داده‌ایم.

اگر فکر می‌کنید هنوز به مطالب درسی مسلط نیستید، بهتر است پیش از مطالعهٔ هر درس، مطالب مربوط به آن را از کتاب «حسابان ۲ دوازدهم سه‌بعدی» از همین انتشارات مطالعه کنید.

وظیفهٔ خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، واحد ویراستاری خانم‌ها مهدیه جمشیدی (ویراست اول) و عاطفه ربیعی (ویراست اول و دوم) و خانم‌ها نسیم نوریان و راضیه صالحی برای صفحه‌آرایی کتاب تشکر کنیم. همچنین از آقای آریس آقانیانس و خانم‌ها شــیرین دانشــی‌پور، زهرا رئیسی‌بهان، زینب آدینه‌وند و هاله ایمانی برای کمک به ویرایش کتاب و واحد حروف‌چینی به سرپرستی خانم سکینه مختار که زحمات زیادی برای آماده‌سازی و تولید کتاب کشیده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنیم.

مؤلفــان

فهرست

فصل اول: تابع

درس اول: تبدیل نمودار توابع ۲

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۷

درس دوم: تابع درجهٔ سوم، توابع یکنوا، بخش‌پذیری و تقسیم ۲۱

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۰

فصل دوم: مثلثات

درس اول: تناوب و تابع تانژانت ۴۲

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۴۷

درس دوم: معادلات مثلثاتی ۵۵

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۶۴

فصل سوم: حدهای نامتناهی و حد در بی‌نهایت

درس اول: حدهای نامتناهی ۸۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۹۱

درس دوم: حد در بی‌نهایت ۱۰۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۰۸

فصل چهارم: مشتق

درس اول: آشنایی با مفهوم مشتق ۱۱۸

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۲۳

درس دوم: مشتق‌پذیری و پیوستگی ۱۳۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۴۳

درس سوم: آهنگ تغییر متوسط و آهنگ تغییر لحظه‌ای، معادلهٔ خط مماس ۱۶۴
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۶۹

فصل پنجم: کاربردهای مشتق

درس اول: اکسترمم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی ۱۷۸
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۹۲
درس دوم: جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطهٔ عطف آن ۲۱۲
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۱۹
درس سوم: رسم نمودار تابع ۲۲۸
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۲۴۰

فصل ششم: پاسخ‌های تشریحی

..... ۲۵۲

فصل هفتم: آزمون‌ها

..... ۴۱۴

فصل هشتم: کنکور سراسری ۹۸ و ۹۹

کنکور سراسری ۹۸

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۴۲۸
پاسخ‌های تشریحی ..... QR Code

کنکور سراسری ۹۹

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۴۳۷
پاسخ‌های تشریحی ..... QR Code

فصل نهم: کنکور سراسری ۱۴۰۰

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۴۴۵
پاسخ‌های تشریحی ..... QR Code

درس دوم: معادلات مثلثاتی

تانژانت مجموع دو زاویه

نکته

اگر α و β دو زاویه باشند، آن‌گاه (به شرطی که عبارت‌ها بامعنی باشند)

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\quad,\quad \tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

تست ۱ اگر $\tan(a-\frac{b}{2})=2$ و $\tan(a+\frac{b}{2})=3$، مقدار $\cot b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۸

راه‌حل فرض کنید $\alpha=a-\frac{b}{2}$ و $\beta=a+\frac{b}{2}$. در این صورت $b=\beta-\alpha$ و در نتیجه

$$\tan b=\tan(\beta-\alpha)=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{3-2}{1+3\times2}=\frac{1}{7}\Rightarrow\cot b=7$$

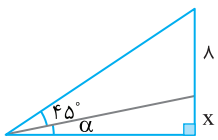
تست ۲ اگر $\cot(\alpha+35^\circ)=2$، مقدار $\tan(10^\circ-\alpha)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

راه‌حل چون $\tan(\alpha+35^\circ)=\frac{1}{2}$، پس

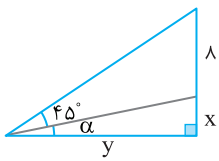
$$\tan(10^\circ-\alpha)=\tan(45^\circ-(\alpha+35^\circ))=\frac{\tan45^\circ-\tan(\alpha+35^\circ)}{1+\tan45^\circ\tan(\alpha+35^\circ)}=\frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$$

تست ۳ در شکل مقابل $\tan\alpha=\frac{1}{2}$. مقدار x کدام است؟



۱) ۱/۵ ۲) ۱/۶
۳) ۲ ۴) ۲/۵

راه‌حل با توجه به شکل، $\tan\alpha=\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$ و $\tan(45^\circ+\alpha)=\frac{8+x}{y}$. از طرف دیگر،



$$\tan(45^\circ+\alpha)=\frac{\tan45^\circ+\tan\alpha}{1-\tan45^\circ\tan\alpha}=\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=3$$

بنابراین

$$\frac{8+x}{y}=3\quad,\quad\frac{x}{y}=\frac{1}{2}\Rightarrow y=2x$$

در نتیجه

$$\frac{8+x}{2x}=3\Rightarrow 6x=8+x\Rightarrow x=\frac{8}{5}=1/6$$

تست ۴ مقدار عبارت $A=\tan ۱۰۰^\circ+\tan ۳۵^\circ-\tan ۱۰۰^\circ \tan ۳۵^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) $\frac{-۱}{۲}$

راه‌حل چون عبارت‌های $\tan\alpha+\tan\beta$ و $\tan\alpha\tan\beta$ در عبارت A وجود دارند، از بسط $\tan(\alpha+\beta)$ استفاده می‌کنیم:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{۱-\tan\alpha\tan\beta} \xrightarrow[\beta=۳۵^\circ]{\alpha=۱۰۰^\circ} \tan ۱۳۵^\circ=\frac{\tan ۱۰۰^\circ+\tan ۳۵^\circ}{۱-\tan ۱۰۰^\circ \tan ۳۵^\circ}$$

$$-۱=\frac{\tan ۱۰۰^\circ+\tan ۳۵^\circ}{۱-\tan ۱۰۰^\circ \tan ۳۵^\circ} \Rightarrow -۱+\tan ۱۰۰^\circ \tan ۳۵^\circ=\tan ۱۰۰^\circ+\tan ۳۵^\circ$$

بنابراین $A=-۱$.

تست ۵ مقدار عبارت $A=(۱+\cot ۷۲^\circ)(۱-\tan ۱۵۳^\circ)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۴

راه‌حل توجه کنید که

$$A=(۱+\cot(۹۰^\circ-۱۸^\circ))(۱-\tan(۱۸۰^\circ-۲۷^\circ))=(۱+\tan ۱۸^\circ)(۱+\tan ۲۷^\circ)=۱+\tan ۱۸^\circ+\tan ۲۷^\circ+\tan ۱۸^\circ\tan ۲۷^\circ$$

از طرف دیگر،

$$\tan ۴۵^\circ=\tan(۱۸^\circ+۲۷^\circ)=\frac{\tan ۱۸^\circ+\tan ۲۷^\circ}{۱-\tan ۱۸^\circ \tan ۲۷^\circ}=۱ \Rightarrow \tan ۱۸^\circ+\tan ۲۷^\circ=۱-\tan ۱۸^\circ \tan ۲۷^\circ$$

$$\tan ۱۸^\circ+\tan ۲۷^\circ+\tan ۱۸^\circ \tan ۲۷^\circ=۱$$

بنابراین $A=۱+۱=۲$.

تست ۶ اگر $\tan\alpha$ و $\tan\beta$ جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۴x+m=۰$ باشند و $\tan(\alpha+\beta)=۲$، مقدار m کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) -۳

راه‌حل با توجه به روابط میان جمع و ضرب جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha+\tan\beta=۴, \quad \tan\alpha\tan\beta=m$$

بنابراین از فرض مسئله نتیجه می‌شود:

$$\tan(\alpha+\beta)=۲ \Rightarrow \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{۱-\tan\alpha\tan\beta}=۲ \Rightarrow \frac{۴}{۱-m}=۲ \Rightarrow ۱-m=۲ \Rightarrow m=-۱$$

نکته

از رابطهٔ تانژانت مجموع دو زاویه نتیجه می‌شود

$$\tan\left(\frac{\pi}{۴}+x\right)=\frac{۱+\tan x}{۱-\tan x}, \quad \tan\left(\frac{\pi}{۴}-x\right)=\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x}$$

تست ۷ حاصل عبارت $B=\frac{\tan ۱۵^\circ+۱}{\tan ۱۵^\circ-۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $-\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

راه‌حل از رابطهٔ $\frac{۱+\tan\alpha}{۱-\tan\alpha}=\tan\left(\frac{\pi}{۴}+\alpha\right)$ استفاده می‌کنیم:

$$B=-\frac{۱+\tan ۱۵^\circ}{۱-\tan ۱۵^\circ}=-\tan(۴۵^\circ+۱۵^\circ)=-\tan ۶۰^\circ=-\sqrt{۳}$$

نکته

از رابطهٔ تانژانت مجموع دو زاویه نتیجه می‌شود $\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$.

تست ۸

اگر $\cos x=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ و انتهای کمان x در ربع اول باشد، مقدار $\tan ۲x$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $۸\sqrt{۵}$ ۴) $۴\sqrt{۵}$

راه‌حل

مقدار $\tan x$ را حساب می‌کنیم:

$$۱+\tan^۲ x=\frac{۱}{\cos^۲ x}\Rightarrow ۱+\tan^۲ x=\frac{۹}{۵}\Rightarrow \tan^۲ x=\frac{۴}{۵}\Rightarrow \tan x=\pm\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

در نتیجه، چون انتهای کمان x در ربع اول است، پس $\tan x=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$. بنابراین

$$\tan ۲x=\frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲ x}=\frac{۲\times\frac{۲}{\sqrt{۵}}}{۱-\frac{۴}{۵}}=\frac{\frac{۴}{\sqrt{۵}}}{\frac{۱}{۵}}=\frac{۲۰}{\sqrt{۵}}=۴\sqrt{۵}$$

تست ۹

اگر $\frac{۳\pi}{۴}<x<\pi$ و $\tan ۲x=-\frac{۱}{۲}$، مقدار $\tan x$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}-۲$ ۲) $-۲-\sqrt{۵}$ ۳) $۲+\sqrt{۵}$ ۴) $۲-\sqrt{۵}$

راه‌حل

از اتحاد $\tan ۲x=\frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲ x}$ نتیجه می‌شود

$$\frac{-۱}{۲}=\frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲ x}\Rightarrow \tan^۲ x-۱=۴\tan x$$

$$\tan^۲ x-۴\tan x-۱=۰\Rightarrow \tan x=\frac{۴\pm\sqrt{۲۰}}{۲}=۲\pm\sqrt{۵}$$

در بازهٔ $\frac{۳\pi}{۴}<x<\pi$ تانژانت منفی است، در نتیجه $\tan x=۲-\sqrt{۵}$.

تست ۱۰

اگر $\tan(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\frac{۱}{۵}$، مقدار $\tan ۲\alpha$ کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۸ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۵

راه‌حل

از تساوی داده شده نتیجه می‌شود

$$\frac{\tan\frac{\pi}{۴}-\tan\alpha}{۱+\tan\frac{\pi}{۴}\tan\alpha}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow\frac{۱-\tan\alpha}{۱+\tan\alpha}=\frac{۱}{۵}$$

$$۱+\tan\alpha=۵-۵\tan\alpha\Rightarrow ۶\tan\alpha=۴\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲}{۳}$$

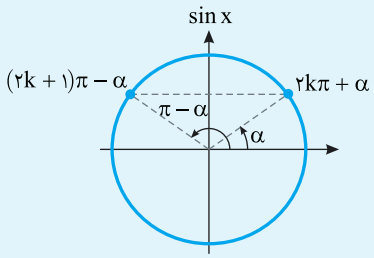
بنابراین

$$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}=\frac{۲\times\frac{۲}{۳}}{۱-\frac{۴}{۹}}=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴$$

معادلات مثلثاتی

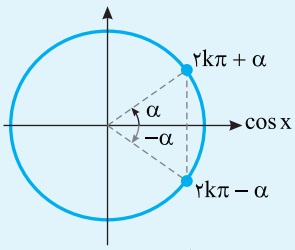
نکته

جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin x=\sin\alpha$ به صورت زیر است:



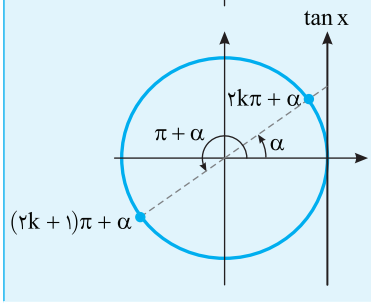
$$x=2k\pi+\alpha\ ,\quad x=(2k+1)\pi-\alpha\ ,\quad k\in\mathbb{Z}$$

جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos x=\cos\alpha$ به صورت زیر است:



$$x=2k\pi\pm\alpha\ ,\quad k\in\mathbb{Z}$$

جواب‌های کلی معادلهٔ $\tan x=\tan\alpha$ به صورت زیر است:



$$x=k\pi+\alpha\ ,\quad k\in\mathbb{Z}$$

نکته

۱) برای حل کردن معادلهٔ $\sin x=m$ که $-1\le m\le 1$، کافی است زاویهٔ α را طوری پیدا کنیم که $\sin\alpha=m$، سپس جواب‌های معادلهٔ $\sin x=\sin\alpha$ را پیدا کنیم.

۲) برای حل کردن معادلهٔ $\cos x=m$ که $-1\le m\le 1$، کافی است زاویهٔ α را طوری پیدا کنیم که $\cos\alpha=m$، سپس جواب‌های معادلهٔ $\cos x=\cos\alpha$ را پیدا کنیم.

۳) برای حل کردن معادلهٔ $\tan x=m$، کافی است زاویهٔ α را طوری پیدا کنیم که $\tan\alpha=m$، سپس جواب‌های معادلهٔ $\tan x=\tan\alpha$ را پیدا کنیم.

تذکر واضح است که معادله‌های $\sin x=m$ و $\cos x=m$ به‌ازای m هایی که در بازهٔ $[-1,1]$ نیستند، جواب ندارند. ولی معادلهٔ $\tan x=m$ به‌ازای هر عدد حقیقی m جواب دارد.

تست ۱۱ جواب‌های کلی معادلهٔ $\sqrt{2}\sin 2x-1=0$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi+\frac{5\pi}{8},k\pi+\frac{\pi}{8}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{8},k\pi-\frac{\pi}{8}$ ۳) $k\pi+\frac{3\pi}{8},k\pi+\frac{\pi}{8}$ ۴) $k\pi+\frac{3\pi}{8},k\pi-\frac{\pi}{8}$

راه‌حل معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{2}\sin 2x=1\Rightarrow\sin 2x=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\sin 2x=\sin\frac{\pi}{4}$$

بنابراین جواب‌های کلی معادله به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases}2x=2k\pi+\frac{\pi}{4}\\ 2x=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=k\pi+\frac{\pi}{8}\\ x=k\pi+\frac{3\pi}{8}\end{cases}$$

تست ۱۲ معادلهٔ $\cos ۳x = \cos x$ در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۲

راه‌حل معادله را حل می‌کنیم:

$$\cos ۳x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \\ ۳x = ۲k\pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} \end{cases}$$

جواب $\frac{k\pi}{۲}$ شامل جواب $k\pi$ نیز هست. پس جواب‌های معادله به صورت $x = \frac{k\pi}{۲}$ هستند که در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ عبارت‌اند از $x = ۰$، $x = \frac{\pi}{۲}$، $x = \pi$، $x = \frac{۳\pi}{۲}$ و $x = ۲\pi$.

تست ۱۳ معادلهٔ $\tan ۳x = \tan ۲x$ در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

راه‌حل توجه کنید که

$$\tan ۳x = \tan ۲x \Rightarrow ۳x = k\pi + ۲x \Rightarrow x = k\pi$$

بنابراین جواب‌های واقع در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ عبارت‌اند از $x = ۰$، $x = \pi$ و $x = ۲\pi$.

تست ۱۴ معادلهٔ $\cos ۴x + \cos x = ۰$ چند جواب متمایز در بازهٔ $[۰, \pi]$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

راه‌حل معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\cos ۴x = -\cos x \Rightarrow \cos ۴x = \cos(\pi - x) \Rightarrow \begin{cases} ۴x = ۲k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۵} \\ ۴x = ۲k\pi - (\pi - x) \Rightarrow x = \frac{(۲k-۱)\pi}{۳} \end{cases}$$

اکنون اگر بخواهیم جواب‌های واقع در بازهٔ $[۰, \pi]$ را بیابیم، می‌توانیم به‌ازای مقادیر مختلف k جواب‌ها را مشخص کنیم:

k	۰	۱	۲
$\frac{(۲k+۱)\pi}{۵}$	$\frac{\pi}{۵}$	$\frac{۳\pi}{۵}$	π

k	۱	۲
$\frac{(۲k-۱)\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۳}$	π

با توجه به مشترک بودن $x = \pi$ در این جواب‌ها، معادله در بازهٔ $[۰, \pi]$ چهار جواب دارد: $x = \frac{\pi}{۵}, \frac{۳\pi}{۵}, \pi, \frac{\pi}{۳}$.

تست ۱۵ معادلهٔ $\tan ۳x = \cot ۵x$ در بازهٔ $[۰, \pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

راه‌حل ابتدا نسبت مثلثاتی کتانژانت را به تانژانت تبدیل می‌کنیم و سپس معادله را حل می‌کنیم:

$$\tan ۳x = \cot ۵x \Rightarrow \tan ۳x = \tan(\frac{\pi}{۲} - ۵x) \Rightarrow ۳x = k\pi + (\frac{\pi}{۲} - ۵x) \Rightarrow ۸x = k\pi + \frac{\pi}{۲} = (۲k+۱)\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۱۶}$$

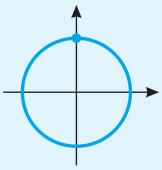
برای پیدا کردن تعداد جواب‌ها در بازهٔ $[۰, \pi]$ به شکل زیر عمل می‌کنیم:

$$۰ \le \frac{(۲k+۱)\pi}{۱۶} \le \pi \Rightarrow ۰ \le ۲k+۱ \le ۱۶ \Rightarrow -۱ \le ۲k \le ۱۵ \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \le k \le \frac{۱۵}{۲} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{۰, ۱, ۲, \dots, ۷\}$$

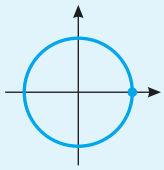
بنابراین معادلهٔ مورد نظر در بازهٔ $[۰, \pi]$ هشت جواب دارد.

نکته

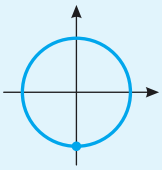
معادلات خاص



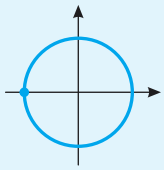
$\sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$



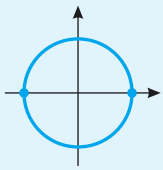
$\cos x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi$



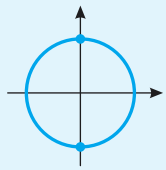
$\sin x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$



$\cos x = -۱ \Rightarrow x = (۲k+۱)\pi$



$\sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi$



$\cos x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$

تست ۱۶ نمودار تابع $y = ۳\sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x)$ روی بازهٔ $[-\pi, \frac{۳\pi}{۲}]$ در چند نقطه محور x را قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

راه‌حل جایی که نمودار محور x را قطع می‌کند، $y = ۰$. پس

$$\sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x) = ۰ \Rightarrow \frac{\pi}{۴} - ۲x = k\pi \Rightarrow ۲x = -k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = -\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}$$

جواب‌های واقع در بازهٔ $[-\pi, \frac{۳\pi}{۲}]$ عبارت‌اند از

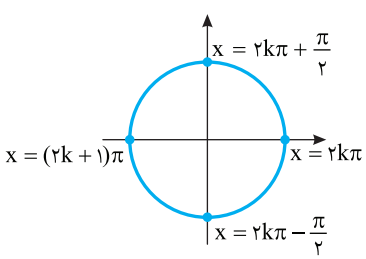
k	۰	۱	۲	−۱	−۲
x	$\frac{\pi}{۸}$	$-\frac{۳\pi}{۸}$	$-\frac{۷\pi}{۸}$	$\frac{۵\pi}{۸}$	$\frac{۹\pi}{۸}$

تست ۱۷ جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin^۳ x - \sin x = ۰$ کدام است؟

۱) $x = k\pi$ ۲) $x = \frac{k\pi}{۲}$ ۳) $x = \frac{k\pi}{۴}$ ۴) $x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$

راه‌حل توجه کنید که

$$\sin^۳ x - \sin x = ۰ \Rightarrow \sin x(\sin^۲ x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \sin x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$



نقاط انتهایی کمان‌های نظیر جواب‌ها را روی دایره مشخص می‌کنیم. بنابراین جواب‌های کلی معادله را می‌توان به صورت $x = \frac{k\pi}{۲}$ نوشت.

تست ۱۸ تابع $y=-۳\cos(۲x-\frac{\pi}{۳})$ در بازهٔ $[-\pi,\pi]$ چند بار بیشترین مقدار می‌شود؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

راه‌حل مقادیر $\cos(۲x-\frac{\pi}{۳})$ در بازهٔ $[-۱,۱]$ قرار دارند. برای اینکه $y=-۳\cos(۲x-\frac{\pi}{۳})$ بیشترین مقدار شود، باید $\cos(۲x-\frac{\pi}{۳})$ برابر با -۱ باشد. پس

$$\cos(۲x-\frac{\pi}{۳})=-۱\Rightarrow ۲x-\frac{\pi}{۳}=(۲k+۱)\pi$$

$$۲x=۲k\pi+\frac{۴\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi+\frac{۲\pi}{۳}$$

به‌ازای $k=-۱$ و $k=۰$، جواب‌های $x=\frac{-\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳}$ در بازهٔ $[-\pi,\pi]$ هستند.

تست ۱۹ جواب‌های کلی معادلهٔ $\tan x-۳\cot x=۰$ کدام است؟

۱) $k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ ۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$ ۳) $\frac{k\pi}{۳}$ ۴) $\frac{k\pi}{۶}$

راه‌حل معادله را برحسب $\tan x$ می‌نویسیم:

$$\tan x-۳\cot x=۰\Rightarrow \tan x-\frac{۳}{\tan x}=۰$$

$$\frac{\tan^۲ x-۳}{\tan x}=۰\Rightarrow \tan^۲ x-۳=۰\Rightarrow \tan^۲ x=۳$$

$$\tan x=\pm\sqrt{۳}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$$

تست ۲۰ معادلهٔ $۲\cos^۲ x=\cos x+۱$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۵

راه‌حل توجه کنید که

$$۲\cos^۲ x-\cos x-۱=۰\Rightarrow\begin{cases}\cos x=۱\Rightarrow x=۲k\pi\xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]}x=۰,۲\pi\\ \cos x=\frac{-۱}{۲}=\cos\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]}x=\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳}\end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ مورد نظر چهار جواب متمایز در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ دارد.

تست ۲۱ مجموع جواب‌های معادلهٔ $۲\sin^۲ x+۵\cos x=۴$ که در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ قرار دارند، کدام است؟

۱) π ۲) ۲π ۳) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۵\pi}{۲}$

راه‌حل معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$۲(۱-\cos^۲ x)+۵\cos x=۴$$

$$۲\cos^۲ x-۵\cos x+۲=۰$$

$$(\cos x-۲)(۲\cos x-۱)=۰$$

چون معادلهٔ $\cos x=۲$ جواب ندارد، پس $\cos x=\frac{۱}{۲}$. جواب‌های معادله که در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ قرار دارند، $\frac{\pi}{۳}$ و $۲\pi-\frac{\pi}{۳}$ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۲π است.

تست ۲۲ جواب‌های معادلهٔ $9-13\sin x=6\cos 2x$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ روی دایرهٔ مثلثاتی چند نقطه را مشخص می‌کنند؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

راه‌حل با استفاده از اتحاد $\cos 2x=1-2\sin^2 x$ معادله را برحسب $\sin x$ می‌نویسیم:

$$9-13\sin x=6(1-2\sin^2 x)$$

$$12\sin^2 x-13\sin x+3=0$$

اکنون اگر فرض کنیم $t=\sin x$، به‌دست می‌آید:

$$12t^2-13t+3=0\Rightarrow t=\frac{13\pm\sqrt{169-144}}{24}\Rightarrow\begin{cases}t=\frac{3}{4}=\sin x\\ t=\frac{1}{3}=\sin x\end{cases}$$

معادلات $\sin x=\frac{1}{3}$ و $\sin x=\frac{3}{4}$ هر کدام در بازهٔ $[0,2\pi]$ دو جواب دارند. پس معادلهٔ مورد نظر در بازهٔ $[0,2\pi]$ چهار جواب دارد و جواب‌ها روی دایرهٔ مثلثاتی چهار نقطه را مشخص می‌کنند.

تست ۲۳ معادلهٔ $\sin^4 x-\sin x=\cos^4 x$ در بازهٔ $[-\pi,0]$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

راه‌حل معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin^4 x-\cos^4 x=\sin x$$

$$(\sin^2 x-\cos^2 x)(\sin^2 x+\cos^2 x)=\sin x$$

$$-\cos 2x=\sin x\Rightarrow\cos 2x=\sin(-x)$$

$$\cos 2x=\cos(\frac{\pi}{2}+x)\Rightarrow\begin{cases}2x=2k\pi+\frac{\pi}{2}+x\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\\ 2x=2k\pi-\frac{\pi}{2}-x\Rightarrow x=\frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\end{cases}$$

جواب‌های واقع در بازهٔ $[-\pi,0]$ عبارت‌اند از $x=-\frac{\pi}{6}$ و $x=-\frac{5\pi}{6}$. بنابراین معادله در بازهٔ $[-\pi,0]$ دو جواب دارد.

تست ۲۴ مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin x+\cos x=1$ که در بازهٔ $[0,2\pi]$ قرار دارند، کدام است؟

۱) 2π ۲) $\frac{5\pi}{2}$ ۳) 4π ۴) 5π

راه‌حل اول اگر طرفین معادله را بر $\sqrt{2}$ تقسیم کنیم، معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\frac{\pi}{4}\sin x+\sin\frac{\pi}{4}\cos x=\sin\frac{\pi}{4}$$

$$\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}$$

بنابراین جواب‌های معادله به صورت زیر هستند:

$$x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=2k\pi\ ,\quad x+\frac{\pi}{4}=2k\pi+\pi-\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$$

در نتیجه جواب‌های واقع در بازهٔ $[0,2\pi]$ عبارت‌اند از ۰، 2π و $\frac{\pi}{2}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{5\pi}{2}$ است.

راه‌حل دوم با استفاده از اتحادهای $\sin x = ۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲}$ و $۱-\cos x = ۲\sin^۲\frac{x}{۲}$ معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sin x = ۱-\cos x \Rightarrow ۲\sin\frac{x}{۲}\cos\frac{x}{۲} = ۲\sin^۲\frac{x}{۲}$$

$$\sin\frac{x}{۲}(\cos\frac{x}{۲}-\sin\frac{x}{۲}) = ۰$$

بنابراین جواب‌های معادله که در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ قرار دارند به صورت زیر هستند:

$$\sin\frac{x}{۲} = ۰ \Rightarrow x = ۰, ۲\pi$$

$$\cos\frac{x}{۲} = \sin\frac{x}{۲} \Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲}$$

پس مجموع جواب‌های معادله در این بازه برابر $\frac{۵\pi}{۲}$ است.

راه‌حل سوم طرفین معادله را به توان دو می‌رسانیم و آن را به صورت زیرمی‌نویسیم:

$$\sin^۲ x + \cos^۲ x + ۲\sin x\cos x = ۱ \Rightarrow ۲\sin x\cos x = ۰$$

بنابراین جواب‌هایی که در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ قرار دارند، به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi \\ \cos x = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲} \end{cases}$$

توجه کنید که جواب‌های π و $\frac{۳\pi}{۲}$ قابل قبول نیستند. زیرا در معادلهٔ اصلی صدق نمی‌کنند. این جواب‌ها به دلیل این‌که طرفین معادله را به توان دو رسانده‌ایم، تولید شده‌اند. بنابراین مجموع جواب‌هایی که در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ قرار دارند برابر $\frac{۵\pi}{۲}$ است.

تست ۲۵

معادلهٔ $\sin ۳x\sin ۲x - \sin x\cos ۴x = \cos ۳x\cos ۲x + \sin ۴x\cos x$ **در بازهٔ** $[-\pi, \pi]$ **چند جواب دارد؟**

۱) ۸ **۲)** ۹ **۳)** ۱۰ **۴)** ۱۱

راه‌حل معادله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\cos ۳x\cos ۲x - \sin ۳x\sin ۲x = -\sin x\cos ۴x - \sin ۴x\cos x$$

$$\cos(۳x + ۲x) = -\sin(x + ۴x) \Rightarrow \cos ۵x = -\sin ۵x$$

$$\tan ۵x = -۱ \Rightarrow ۵x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۵} - \frac{\pi}{۲۰}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

برای پیدا کردن جواب‌های واقع در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ می‌توانیم بنویسیم:

$$-\pi \le \frac{k\pi}{۵} - \frac{\pi}{۲۰} \le \pi \Rightarrow -\frac{۱۹}{۴} \le k \le \frac{۲۱}{۴} \Rightarrow k = \pm۴, \pm۳, \pm۲, \pm۱, ۰, ۵$$

بنابراین معادلهٔ مورد نظر در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ ده جواب دارد.

فصل دوم

درس دوم: معادلات مثلثاتی

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

تاثزانت مجموع دو زاویه ۱

۳۲۱- مقدار $\tan ۱۰۵^\circ$ کدام است؟

۱) $۲-\sqrt{۳}$ ۲) $-۲-\sqrt{۳}$ ۳) $۱-\sqrt{۳}$ ۴) $-۱-\sqrt{۳}$

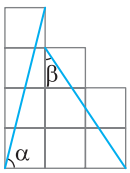
۳۲۲- مقدار $\tan\frac{۵\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) $۲+\sqrt{۳}$ ۲) $۳+\sqrt{۲}$ ۳) $۲+\sqrt{۲}$ ۴) $۳+\sqrt{۳}$

۳۲۳- اگر $\tan\alpha=\frac{۱}{۳}$ و $\tan\beta=-\frac{۱}{۲}$، مقدار $\tan(\alpha-\beta)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{۶}{۷}$ ۴) $\frac{۷}{۶}$

۳۲۴- در شکل مقابل طول ضلع هر یک از مربع‌ها برابر یک واحد است. مقدار $\tan(\alpha+\beta)$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۴}{۱۱}$ ۲) $\frac{-۱۴}{۵}$

۳) $\frac{۱۳}{۱۱}$ ۴) $\frac{-۱۳}{۵}$

۳۲۵- کدام یک برابر $\cot(\alpha+\beta)$ است؟

۱) $\frac{\cot\alpha\cot\beta+۱}{\cot\alpha-\cot\beta}$ ۲) $\frac{\cot\alpha\cot\beta-۱}{\cot\alpha+\cot\beta}$ ۳) $\frac{\cot\alpha\cot\beta-۱}{\cot\alpha-\cot\beta}$ ۴) $\frac{\cot\alpha\cot\beta+۱}{\cot\alpha+\cot\beta}$

۳۲۶- اگر $\tan\alpha=۲$ و $\tan(\alpha+\beta)=۳$، مقدار $\tan\beta$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) -۱ ۳) $\frac{۵}{۷}$ ۴) $\frac{-۱}{۷}$

۳۲۷- اگر $\tan a-\tan b=۲$ و $\cot a\cot b=۳$، مقدار $\cot(a-b)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۲۸- اگر $\tan\alpha=m$، $\tan\beta=\frac{۲}{m}$ و $\tan(\alpha+\beta)=۳-\frac{۲}{m}$، مقدار $\tan(\alpha-\beta)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{-۷}{۹}$ ۴) $\frac{-۵}{۹}$

۳۲۹- اگر $\tan\alpha=m$، $\tan\beta=۲m$ و $\tan(\alpha+\beta)=۳$، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ یا -۱ ۲) $\frac{-۱}{۲}$ یا ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ یا ۱ ۴) $\frac{-۱}{۲}$ یا -۱

۳۳۰- اگر α و β زاویه‌های حاده باشند، $\sin\alpha=\frac{۳}{۵}$ و $\cos\beta=\frac{۵}{۱۳}$، مقدار $\tan(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۶۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۶۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۶۵}{۱۶}$ ۴) $-\frac{۶۵}{۱۶}$

۳۳۱- اگر $\tan ۲x=۲$، مقدار $\tan x$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱\pm\sqrt{۵}}{۲}$ ۲) $\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $۲\pm\sqrt{۵}$ ۴) $-۲\pm\sqrt{۵}$

۳۳۲- اگر $\frac{\sin x+۲\cos x}{\cos x-\sin x}=\frac{۱}{۳}$، مقدار $\tan ۲x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۳۱}{۹}$ ۳) $\frac{۳۷}{۹}$ ۴) $\frac{۴۰}{۹}$

۳۳۳- اگر $\tan\alpha=۳$ و $\tan(\alpha+\beta)=-۱$، مقدار $\tan ۲\beta$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $-\frac{۴}{۳}$

۳۳۴- اگر $\tan\alpha=۲$ و $\tan\beta=۴$، مقدار $\tan(۲\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۱۹}$ ۲) $\frac{۸}{۱۹}$ ۳) $\frac{۱۰}{۱۹}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۹}$

تانژانت مجموع دو زاویه ۲

۳۳۵- اگر $\cot\alpha$ و $\cot\beta$ جواب‌های معادلهٔ $x^۲+۶x-۲=۰$ باشند، مقدار $\tan(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

۳۳۶- حاصل $\tan(x+\frac{\pi}{۴})\tan(x-\frac{\pi}{۴})$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $\tan x$ ۴) $-\tan x$

۳۳۷- مقدار $\frac{\tan(x+\frac{\pi}{۴})+\tan(x-\frac{\pi}{۴})}{\cot(x+\frac{\pi}{۴})+\cot(x-\frac{\pi}{۴})}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) -۱

۳۳۸- حاصل عبارت $A=\frac{۱-\tan ۷۵^\circ}{۱+\tan ۷۵^\circ}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $-\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$

۳۳۹- حاصل $\frac{۱-\sin ۲\alpha}{۱+\sin ۲\alpha}$ برابر کدام است؟

۱) $\tan^۲(\frac{\pi}{۴}-\alpha)$ ۲) $\tan^۲\alpha$ ۳) $\tan^۲(\frac{\pi}{۴}+\alpha)$ ۴) $۱+\tan\alpha$

۳۴۰- اگر $\sin ۲\alpha=\frac{۱}{۳}$، مقدار $\tan^۲(\frac{\pi}{۴}-\alpha)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۳۴۱- اگر $\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha)=\frac{۱}{۲}$، مقدار $\tan ۲\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $-\frac{۳}{۴}$

۳۴۲- اگر $\tan(\frac{\pi}{۴}+x)=۷$ و x زاویهٔ حاده باشد، مقدار $\cos x$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۳۴۳- اگر $\tan(x+\frac{\pi}{۴})=۲$، مقدار $\tan(x+\frac{\pi}{۳})$ کدام است؟

۱) $\frac{۶-۵\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{۶+۵\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{۶-۵\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{۶+۵\sqrt{۳}}{۲}$

۳۴۴- اگر $\cos 2\alpha=\frac{2}{3}$، مقدار $\tan(\frac{5\pi}{4}+\alpha)+\tan(\frac{5\pi}{4}-\alpha)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۴۵- اگر $\tan 10^\circ=x$ و $\tan 35^\circ=y$، مقدار y برحسب x کدام است؟

۱) $\frac{1+x}{1-x}$ ۲) $\frac{x-1}{x+1}$ ۳) $\frac{1-x}{1+x}$ ۴) $\frac{x+1}{x-1}$

۳۴۶- اگر $\tan(\alpha+25^\circ)=\frac{1}{2}$، مقدار $\tan(20^\circ-\alpha)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۳۴۷- اگر $\tan(x+\frac{\pi}{6})=3$، مقدار $\tan(x+\frac{5\pi}{12})$ کدام است؟

۱) -2 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $-\frac{1}{2}$

۳۴۸- مقدار $\tan 40^\circ+2\tan 10^\circ$ کدام است؟

۱) $\tan 50^\circ$ ۲) $2\tan 50^\circ$ ۳) $\frac{\tan 50^\circ}{2}$ ۴) $\frac{\tan 50^\circ}{3}$

۳۴۹- اگر $\tan(x+20^\circ)=\frac{2}{3}$ و $\tan(y+25^\circ)=\frac{1}{3}$، مقدار $\tan(x+y)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{12}$

۳۵۰- اگر $\tan 50^\circ=x$ و $\tan 15^\circ=y$، مقدار $\cot 35^\circ$ برحسب x و y کدام است؟

۱) $\frac{xy-1}{x+y}$ ۲) $\frac{x-y}{1+xy}$ ۳) $\frac{xy+1}{x-y}$ ۴) $\frac{x-y}{1-xy}$

۳۵۱- اگر $\tan 55^\circ=x$، مقدار $\tan 20^\circ$ برحسب x کدام است؟

۱) $\frac{1-x^2}{2x}$ ۲) $\frac{x^2-1}{2x}$ ۳) $\frac{x^2+1}{2x}$ ۴) $\frac{1-x^2}{x}$

۳۵۲- اگر $2x+3y=90^\circ$، $\tan x=2$ و $\tan y=3$، مقدار $\tan(5x+7y)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{3}$ ۴) $-\frac{1}{6}$

۳۵۳- اگر $\alpha-\beta=\frac{3\pi}{4}$ و $\tan\alpha\tan\beta=-6$، مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟

۱) ۲ یا -3 ۲) -2 یا ۳ ۳) ۲ یا ۳ ۴) -2 یا -3

۳۵۴- اگر $\sin(\alpha+\beta)=2\sin\alpha\sin\beta$ و $\tan\alpha\tan\beta=-3$، مقدار $\tan(\alpha+\beta)$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

۳۵۵- اگر $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$، مقدار عبارت $A=(1+\tan\alpha)(1+\tan\beta)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۵۶- اگر $x+y=\frac{3\pi}{4}$، مقدار $(1+\cot x)(1+\cot y)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -1 ۴) -2

۳۵۷- مقدار $\tan 10^\circ+\tan 35^\circ+\tan 10^\circ\tan 35^\circ$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۳۵۸- مقدار $\tan ۷۰^\circ \tan ۱۰^\circ + \sqrt{۳} \tan ۱۰^\circ - \tan ۷۰^\circ$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $-\sqrt{۳}$ ۳) $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

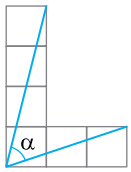
۳۵۹- اگر $\alpha+\beta=\frac{۲\pi}{۳}$، حاصل $\sqrt{۳} \tan\alpha \tan\beta - \tan\alpha - \tan\beta$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $-\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۳۶۰- در مثلث ABC حاصل $\frac{\tan\hat{A}+\tan\hat{B}+\tan\hat{C}}{\tan\hat{A}\tan\hat{B}\tan\hat{C}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) صفر

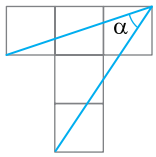
۳۶۱- شکل مقابل از شش مربع به طول ضلع ۱ درست شده است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۹}$

۳) $\frac{۷}{۱۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۷}$

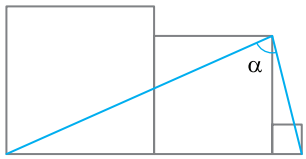
۳۶۲- شکل مقابل از پنج مربع به طول ضلع ۱ درست شده است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$

۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

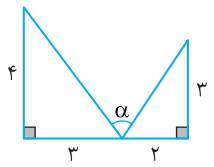
۳۶۳- در شکل مقابل سه مربع به اضلاع ۱، ۴ و ۵ را کنار هم قرار داده‌ایم. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۰}{۷}$ ۲) $\frac{۴۰}{۷}$

۳) $\frac{۴۴}{۵}$ ۴) $\frac{۱۳}{۵}$

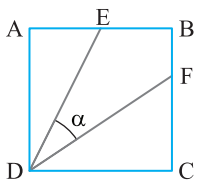
۳۶۴- در شکل مقابل مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۷}{۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۴}$

۳) $\frac{۱۳}{۱۲}$ ۴) $\frac{۸}{۳}$

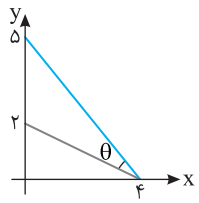
۳۶۵- در شکل مقابل ABCD مربع است، $AE=EB$ و $FC=۲FB$. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۶}{۷}$ ۲) $\frac{۵}{۷}$

۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۳}{۷}$

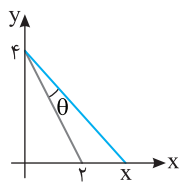
۳۶۶- در شکل مقابل مقدار $\tan\theta$ کدام است؟



۱) $\frac{۶}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۶}$

۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

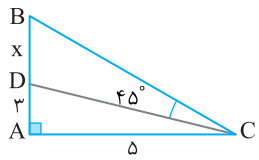
۳۶۷- در شکل مقابل اگر $\tan\theta=\frac{۲}{۲۱}$، مقدار x کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۳}$

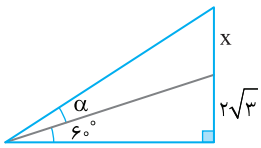
۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

۳۶۸- در شکل مقابل مقدار x کدام است؟



۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۷

۳۶۹- در شکل مقابل می‌دانیم $\tan\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۴}$. مقدار x کدام است؟



۱) $\sqrt{۳}$
۲) $۸\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

تاثرانت مجموع دو زاویه ۳

۳۷۰- اگر $\tan ۲۲^\circ$ و $\tan ۲۳^\circ$ جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲-۲ax+b=۰$ باشند، کدام رابطه درست است؟

۱) $۲a+b=-۱$
۲) $۲a-b=۱$
۳) $۲a+b=۱$
۴) $۲a-b=-۱$

۳۷۱- اگر $\frac{\pi}{۲}<\alpha<\pi$، حاصل $\frac{\sqrt{۱+\cos ۲\alpha}-\sqrt{۱-\cos ۲\alpha}}{\sqrt{۱+\cos ۲\alpha}+\sqrt{۱-\cos ۲\alpha}}$ کدام است؟

۱) $\tan(\alpha-\frac{\pi}{۳})$
۲) $\tan(\alpha-\frac{\pi}{۴})$
۳) $\tan(\alpha+\frac{\pi}{۴})$
۴) $\tan(\alpha+\frac{\pi}{۳})$

۳۷۲- مقدار $\frac{\tan ۱۰^\circ+\tan ۱۵^\circ}{\tan ۲۵^\circ}-\frac{\tan ۱۰^\circ-\tan ۱۵^\circ}{\tan ۵^\circ}$ کدام است؟

۱) -۱
۲) -۲
۳) ۱
۴) ۲

۳۷۳- گر $a+b+c=\frac{\pi}{۲}$، مقدار $\tan a\tan b+\tan b\tan c+\tan c\tan a$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) -۱
۴) -۲

۳۷۴- اگر $-۲\le\tan\alpha<-۱$، حداقل مقدار $\tan(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha)$ کدام است؟

۱) ۲
۲) -۲
۳) ۳
۴) -۳

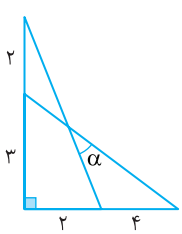
۳۷۵- اگر $\tan(\alpha+\frac{\pi}{۳})>۱$، حدود $\tan\alpha$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}-۲<\tan\alpha<\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $۱<\tan\alpha<\sqrt{۳}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}<\tan\alpha<\sqrt{۳}+۲$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}<\tan\alpha<۱$

۳۷۶- اگر $\frac{\pi}{۶}\le\alpha\le\frac{\pi}{۳}$، حاصل‌ضرب کمترین مقدار و بیشترین مقدار عبارت $A=\frac{۱+\tan(\alpha-\frac{\pi}{۴})}{۱-\tan(\alpha-\frac{\pi}{۴})}$ کدام است؟

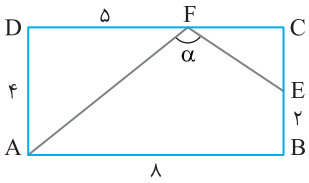
۱) ۱
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$
۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۳۷۷- در شکل مقابل مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



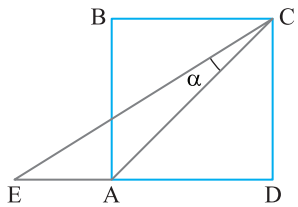
۱) $\frac{۴}{۹}$
۲) $\frac{۵}{۹}$
۳) $\frac{۷}{۹}$
۴) $\frac{۸}{۹}$

۳۷۸- در شکل مقابل ABCD مستطیل است. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



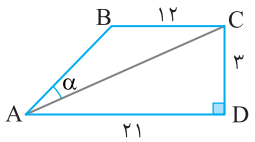
۱) $-\frac{۱۱}{۷}$
۲) $-\frac{۱۲}{۷}$
۳) $-\frac{۱۹}{۷}$
۴) $-\frac{۲۲}{۷}$

۳۷۹- در شکل مقابل ABCD مربع است و $AD=۳AE$. مقدار $\cot\alpha$ کدام است؟



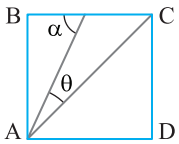
۱) ۷
۲) ۵
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $\frac{۱}{۷}$

۳۸۰- در شکل مقابل $AD||BC$. مقدار $\tan\alpha$ کدام است؟



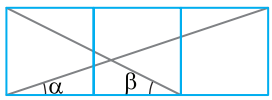
۱) $\frac{۷}{۱۱}$
۲) $\frac{۳}{۱۱}$
۳) $\frac{۲}{۱۱}$
۴) $\frac{۱}{۱۱}$

۳۸۱- در شکل مقابل ABCD مربع است و $\tan\theta=\frac{۱}{۵}$. مقدار $\cot\alpha$ کدام است؟



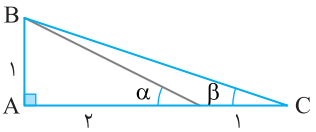
۱) $\frac{۱}{۷}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۷}$

۳۸۲- شکل مقابل از سه مربع به طول ضلع ۱ درست شده است. اندازهٔ $\alpha+\beta$ کدام است؟



۱) ۳۰°
۲) ۴۵°
۳) ۶۰°
۴) ۷۵°

۳۸۳- در شکل مقابل اندازهٔ $\alpha+\beta$ کدام است؟



۱) ۳۰°
۲) ۴۵°
۳) ۶۰°
۴) ۷۵°

۱ معادلات مثلثاتی

۳۸۴- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\sin x+\sqrt{۳}=۰$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$
۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$
۳) $۲k\pi+\frac{۴\pi}{۳}, ۲k\pi-\frac{\pi}{۳}$
۴) $۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}, ۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$

۳۸۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sqrt{۲}\cos x+۱=۰$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $۲k\pi\pm\frac{۳\pi}{۴}$
۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$
۳) $k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$
۴) $k\pi\pm\frac{\pi}{۸}$

۳۸۶- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۲\cos ۳x-۱=۰$ که در بازهٔ $(۰,\pi)$ قرار دارند، چقدر است؟

۱) $\frac{۴\pi}{۳}$
۲) $\frac{۱۳\pi}{۹}$
۳) $\frac{۲\pi}{۳}$
۴) $\frac{۸\pi}{۹}$

۳۸۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۲\sin ۲x-۱=۰$ که در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ قرار دارند، کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$
۲) ۲π
۳) $\frac{۵\pi}{۲}$
۴) ۳π

۳۸۸- معادلهٔ $۲\cos x+k=۳$ در بازهٔ $(-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲})$ جواب دارد. حدود k کدام است؟

۱) $۱\le k\le ۵$ ۲) $۱\le k<۳$ ۳) $۱<k<۳$ ۴) $۱\le k\le ۳$

۳۸۹- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sqrt{۳}\tan(x+\frac{\pi}{۴})+۱=۰$ کدام است؟

۱) $k\pi-\frac{۵\pi}{۱۲}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{۱۲}$ ۳) $k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$ ۴) $k\pi+\frac{۵\pi}{۱۲}$

۳۹۰- نمودار تابع $f(x)=\sin(۲x-\frac{\pi}{۳})$ در بازهٔ $(-\frac{\pi}{۲},\pi)$ چند بار محور طول‌ها را قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۹۱- نمودار تابع $f(x)=\sin ۳x$ در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$ چند بار به حداکثر مقدار خود می‌رسد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۹۲- نمودار تابع $f(x)=-۲\cos ۴x$ در بازهٔ $[-\frac{\pi}{۲},\frac{۳\pi}{۲}]$ چند بار به حداقل مقدار خود می‌رسد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۹۳- معادلهٔ $\sin x=m\cos x$ چند جواب در بازهٔ $(-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲})$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) بستگی به مقدار m دارد.

۳۹۴- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\sin(x+\frac{۷\pi}{۳۶})=\sqrt{۲}$ به صورت $x=۲k\pi+\frac{i\pi}{۱۸}$ است. مجموعهٔ مقادیر i کدام است؟ $(۰<i<۱۸, k\in\mathbb{Z})$

۱) $\{۱,۴\}$ ۲) $\{۳,۸\}$ ۳) $\{۱,۱۰\}$ ۴) $\{۳,۱۰\}$

۳۹۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $۴\cos(x+\frac{\pi}{۸})=\sqrt{۱۲}$ به صورت $x=۲k\pi+\frac{i\pi}{۲۴}$ است. مجموعهٔ مقادیر i کدام است؟ $(-۲۴<i<۲۴, k\in\mathbb{Z})$

۱) $\{۱,-۳\}$ ۲) $\{۱,-۷\}$ ۳) $\{۳,-۷\}$ ۴) $\{-۳,۳\}$

۳۹۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\sin^۲ x-۱=۰$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$ ۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{k\pi}{۴}$

۳۹۷- جواب‌های کلی معادلهٔ $۱-۴\sin^۲(۵x-\frac{\pi}{۳})=۰$ به صورت $x=\frac{k\pi}{۵}+\frac{i\pi}{۳۰}$ است. مجموع مقادیر ممکن برای i کدام است؟ $(۰<i<۵, k\in\mathbb{Z})$

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

۳۹۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۳\tan^۲(\pi x-\frac{\pi}{۸})-۱=۰$ در بازهٔ $(-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲})$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

۳۹۹- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos ۳x=\cos ۲x$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $\frac{۲k\pi}{۵}$ ۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۵}$ ۳) $\frac{k\pi}{۵}$ ۴) $k\pi\pm\frac{\pi}{۵}$

۴۰۰- معادلهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{۳})-\sin x=۰$ چند جواب در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۰۱- معادلهٔ $\sin(x-\frac{\pi}{۳})-\sin(x+\frac{\pi}{۴})=۰$ چند جواب در بازهٔ $(-۲\pi,۲\pi)$ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۰۲- معادلهٔ $\cos 2x-\cos(x+\frac{\pi}{4})=0$ چند جواب در بازهٔ $(-\pi,\pi)$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۰۳- معادلهٔ $\tan(x-\frac{\pi}{6})-\tan 2x=0$ چند جواب در بازهٔ $(-\pi,\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۰۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan 3x=\tan(x-\frac{\pi}{3})$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{13\pi}{3}$ ۲) $\frac{5\pi}{3}$ ۳) $\frac{20\pi}{3}$ ۴) $\frac{9\pi}{2}$

۴۰۵- معادلهٔ $\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{2x}{3}=0$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۰۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos(2x-\frac{\pi}{9})=-\sin 2x$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $\frac{k\pi}{2}+\frac{7\pi}{36}$ ۲) $\frac{k\pi}{2}-\frac{7\pi}{36}$ ۳) $\frac{k\pi}{2}-\frac{7\pi}{72}$ ۴) $\frac{k\pi}{2}+\frac{7\pi}{72}$

۴۰۷- معادلهٔ $\tan 2x=\cot x$ چند جواب در بازهٔ $(0,2\pi)$ دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۰۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $2\sin^2 x=\sin x$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) $\frac{7\pi}{6}$ ۴) $\frac{11\pi}{6}$

۴۰۹- جواب‌های کلی معادلهٔ $2\sin^2 2x-5\sin 2x+3=0$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi-\frac{\pi}{4}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{4}$ ۳) $2k\pi+\frac{\pi}{2}$ ۴) $2k\pi-\frac{\pi}{2}$

۴۱۰- بزرگ‌ترین جواب معادلهٔ $2\cos^2 2x+3\cos 2x+1=0$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{4\pi}{3}$ ۲) $\frac{3\pi}{5}$ ۳) $\frac{7\pi}{5}$ ۴) $\frac{5\pi}{3}$

۴۱۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $3\tan^2 x-4\sqrt{3}\tan x+3=0$ به صورت $x=k\pi+\frac{n\pi}{6}$ هستند. n چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟ $(0<n<6, k,n\in\mathbb{Z})$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱۲- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin^2(\pi+x)-\sin x-2=0$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi-\frac{\pi}{2}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{2}$ ۳) $2k\pi-\frac{\pi}{2}$ ۴) $2k\pi+\frac{\pi}{2}$

۴۱۳- معادلهٔ $2\cos^2 x+3\sin x-3=0$ چند جواب متمایز در بازهٔ $(0,\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱۴- معادلهٔ $(3\cos x+1)(5\cos x-4)=0$ چند جواب در بازهٔ $[0,\frac{3\pi}{2}]$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱۵- معادلهٔ $2\sin^2 x-\cos^2 x-\cos x=0$ چند جواب متمایز در بازهٔ $(-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱۶- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin ۴x=\sqrt{۲}\sin ۲x$ در بازهٔ $[۰,\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۳\pi}{۸}$ ۲) $\frac{۱۵\pi}{۸}$ ۳) $\frac{۲۰\pi}{۸}$ ۴) $\frac{۲۳\pi}{۸}$

۴۱۷- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos ۲x-\sin ۲x+۲\sin^۲ x=۰$ به کدام صورت است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$ ۲) $k\pi-\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ ۴) $\frac{k\pi}{۲}-\frac{\pi}{۴}$

۴۱۸- معادلهٔ $\cos ۲x=\cos^۲ x$ چند جواب در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱۹- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۱+\sin(\frac{\pi}{۲}+\frac{x}{۲})=\cos(۳\pi-x)$ که در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ قرار دارند، کدام است؟

۱) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۲) π ۳) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۳}$

معادلات مثلثاتی ۲

۴۲۰- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{\cos(۲x+\frac{\pi}{۴})}{\sin ۲x}=۱$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۱۶}$ ۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{۱۶}$ ۳) $\frac{k\pi}{۲}\pm\frac{\pi}{۱۶}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{۱۶}$

۴۲۱- معادلهٔ $\frac{\sin(x+\frac{\pi}{۴})}{\cos ۲x}=۱$ در بازهٔ $(-\pi,\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲۲- معادلهٔ $\tan ۷x\cot x-۱=۰$ چند جواب در بازهٔ $[۰,\pi]$ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

۴۲۳- جواب‌های کلی معادلهٔ $\tan(\frac{\pi}{۴}+x)+\cot(\frac{\pi}{۴}-x)=۲\sqrt{۳}$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi+\frac{\pi}{۱۲}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{۲۴}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{۶}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{۳}$

۴۲۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۳\tan x-۳\cot x=۲\sqrt{۳}$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۳\pi}{۳}$ ۲) $\frac{۲۵\pi}{۶}$ ۳) $\frac{۲۹\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۱۴\pi}{۳}$

۴۲۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin x+\cos x=\frac{۱}{\sin x}$ به صورت $x=k\pi+\frac{i\pi}{۴}$ هستند. مجموعهٔ مقادیر i کدام است؟ $(۰\le i<۴, k\in\mathbb{Z})$

۱) $\{۰,۱\}$ ۲) $\{۱,۲\}$ ۳) $\{۰,۲\}$ ۴) $\{۱,۲,۳\}$

۴۲۶- معادلهٔ $۳\sin^۲ x+\cos^۲ x-(\sqrt{۲}-۲)\sin x-(\sqrt{۲}+۱)=۰$ چند جواب متمایز در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۲۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $۴\sin x+\frac{\sqrt{۳}}{\sin x}=۲+۲\sqrt{۳}$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۴) ۳π

۴۲۸- جواب‌های کلی معادلهٔ $3\tan^4 x-10\tan^2 x+3=0$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi\pm\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{12}$ ۳) $k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۴) $\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{6}$

۴۲۹- معادلهٔ $(5\sin x-3)(5\cos x-4)=0$ چند جواب متمایز در بازهٔ $(0,2\pi)$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۳۰- معادلهٔ $\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sin 2x}=0$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۳۱- معادلهٔ $\tan 2x=\sin 4x$ در بازهٔ $(0,\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۳۲- کدام گزینه جواب معادلهٔ $\sin^2(x+\frac{\pi}{4})-\cos^2(x+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ نیست؟

۱) $-\frac{2\pi}{3}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{2\pi}{3}$ ۴) $\frac{\pi}{3}$

۴۳۳- معادلهٔ $1+\cos^4 x=\sin^4 x$ چند جواب در بازهٔ $(0,2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۳۴- معادلهٔ $\sin^2 x+\sin^2 2x=1$ چند جواب متمایز در بازهٔ $[0,\pi]$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۳۵- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos 2x-\sqrt{2}\cos x-1=0$ که در بازهٔ $(0,2\pi)$ قرار دارند، کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) $\frac{7\pi}{4}$ ۴) $\frac{9\pi}{4}$

۴۳۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{\cos^2 x}=\frac{2}{\sin^2 2x}$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi\pm\frac{\pi}{6}$ ۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۳) $k\pi\pm\frac{\pi}{4}$ ۴) $k\pi\pm\frac{\pi}{8}$

۴۳۷- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{2}{\sin 2x}-1=\tan x$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi+\frac{\pi}{2}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{4}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{3}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{6}$

۴۳۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $2\sin 3x\cos 2x=2\sin 2x\cos 3x+1$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) π ۲) $\frac{5\pi}{3}$ ۳) $\frac{5\pi}{6}$ ۴) $\frac{3\pi}{2}$

۴۳۹- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{6})-\sin(x-\frac{\pi}{6})=\sin 2x$ که در بازهٔ $[0,2\pi]$ قرار دارند، کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) 3π ۴) 4π

۴۴۰- معادلهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{8})=2\sin(x-\frac{\pi}{8})$ چند جواب در بازهٔ $(0,2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۴۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos(x+\frac{\pi}{3})\cos(x-\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}\cos^2 x$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{k\pi}{3}$ ۳) $k\pi-\frac{\pi}{4}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{3}$

۴۴۲- معادلهٔ $\tan x \tan 3x = 1$ چند جواب در بازهٔ $(0, \pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۴۳- معادلهٔ $\tan 2x \tan 4x = 1$ چند جواب در بازهٔ $(0, \frac{\pi}{2})$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۴۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cot x - \tan x = 1 + \cot 2x$ در بازهٔ $(0, 2\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{9\pi}{4}$ ۲) 2π ۳) $\frac{5\pi}{2}$ ۴) $\frac{7\pi}{2}$

۴۴۵- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin x - \sin^3 x = \cos x - \cos^3 x$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{9\pi}{2}$ ۲) 5π ۳) $\frac{11\pi}{2}$ ۴) $\frac{13\pi}{2}$

۴۴۶- چند جواب معادلهٔ $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ قرار دارند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴۴۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \sqrt{3}$ در بازهٔ $(0, \pi)$ کدام است؟

۱) 2π ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) 3π ۴) $\frac{7\pi}{2}$

۴۴۸- معادلهٔ $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ چند جواب در بازهٔ $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۴۹- جواب‌های معادلهٔ $\sin x + \cos x = 1$ را به صورت $x = 2k\pi + \frac{n\pi}{2}$ می‌نویسیم که k عدد صحیح دلخواه و n عدد صحیح نامنفی است. مجموعهٔ مقادیر n کدام است؟

۱) $\{0, 1\}$ ۲) $\{0, 1, 2\}$ ۳) $\{1, 2\}$ ۴) $\{0, 2\}$

۴۵۰- معادلهٔ $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$ چند جواب متمایز در بازهٔ $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۵۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $1 + 2\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 2 \cos^2 x$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ ۴) $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$

۴۵۲- معادلهٔ $\frac{\sin 2x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$ چند جواب در بازهٔ $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۵۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\cos(2\pi \sin x) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱) 3π ۲) 4π ۳) 5π ۴) 6π

۴۵۴- معادلهٔ $\sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \cos x)$ چند جواب در بازهٔ $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۵۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $\tan(\frac{\pi}{4} + x) + \tan(\frac{\pi}{4} - x) = 2$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $\frac{k\pi}{2}$ ۲) $\frac{k\pi}{4}$ ۳) $k\pi$ ۴) $k\pi + \frac{\pi}{2}$

۴۵۶- معادلهٔ $\tan(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} \tan x - 3}$ چند جواب در بازهٔ $(0, \frac{\pi}{2})$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴۵۷- معادلهٔ $\sin x \cos 3x - \sin 5x \cos 2x = \sin 2x \cos 5x - \sin 3x \cos x$ در بازهٔ $[0, \frac{\pi}{2}]$ چند جواب دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۵۸- معادلهٔ $\frac{\sin 6x}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos 6x}{\cos x - \sin x}$ چند جواب در بازهٔ $(0, \frac{\pi}{2})$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۵۹- معادلهٔ $\sin 5x = \sin 3x \cos 2x + \sin 2x$ چند جواب متمایز در بازهٔ $[0, \pi]$ دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

۴۶۰- معادلهٔ $\sin 3x - 2\sin 2x + \sin x = 0$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۶۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $\tan 2x - \tan x = \sin x$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{k\pi}{4}$ ۳) $k\pi$ ۴) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

۴۶۲- معادلهٔ $\tan 2x = \tan x + \frac{1}{\cos x}$ چند جواب در بازهٔ $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۶۳- معادلهٔ $\frac{\tan 3x - \tan x}{\tan 5x + \tan x} = \frac{1 + \tan x \tan 3x}{1 - \tan x \tan 5x}$ چند جواب در بازهٔ $(0, \frac{\pi}{2})$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴۶۴- معادلهٔ $2\tan(x + \frac{\pi}{4}) + 3\tan x = 0$ چند جواب در بازهٔ $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۶۵- معادلهٔ $2\sin^3 x - \sin^2 x - 8\sin x + 4 = 0$ چند جواب در بازهٔ $(0, \pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۶۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $8\cos^4 x - 11\cos 2x + 1 = 0$ کدام است؟

۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

۴۶۷- معادلهٔ $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۶۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $4\sin^4 x + 4\cos^4 x = 1 + 4\sin^2 2x$ در بازهٔ $(0, \pi)$ کدام است؟

۱) π ۲) 2π ۳) 3π ۴) 4π

۴۶۹- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^4 2x + \cos^4 2x$ کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{2}$ ۲) $\frac{k\pi}{4}$ ۳) $\frac{k\pi}{6}$ ۴) $\frac{k\pi}{12}$

۴۷۰- معادلهٔ $\sin^3 x - \cos^3 x = 2 + 2\sin x \cos x$ چند جواب در بازهٔ $(0, 2\pi)$ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴۷۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin^2(x + \frac{\pi}{9}) + 2\sin^2(x - \frac{7\pi}{18}) = 2$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $k\pi + \frac{\pi}{9}$ ۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$ ۳) $k\pi - \frac{\pi}{9}$ ۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

۴۷۲- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin x+\cos x+1=\cos 2x-\sin 2x$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{11\pi}{3}$ ۲) $\frac{17\pi}{3}$ ۳) $\frac{19\pi}{2}$ ۴) $\frac{11\pi}{2}$

۴۷۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ $2\sin^2 x-2\sqrt{3}\cos^2 x=(\sqrt{3}-1)\sin 2x$ در بازهٔ $(0,2\pi)$ کدام است؟

۱) $\frac{17\pi}{6}$ ۲) $\frac{19\pi}{6}$ ۳) $\frac{23\pi}{6}$ ۴) $\frac{25\pi}{6}$

۴۷۴- جواب‌های کلی معادلهٔ $2\cos^3 x=\sin x$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $k\pi+\frac{\pi}{4}$ ۲) $k\pi+\frac{\pi}{6}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{3}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{8}$

۴۷۵- معادلهٔ $\sin^2 x-3\sin x\cos x-4\cos^2 x=0$ چند جواب در بازهٔ $(0,2\pi)$ دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۷۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $2\sin^2 2x+\cos^3(x-\frac{\pi}{4})=3$ کدام است؟ $(k\in\mathbb{Z})$

۱) $\frac{k\pi}{2}$ ۲) $\frac{k\pi}{4}$ ۳) $2k\pi+\frac{\pi}{4}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{4}$

۴۷۷- معادلهٔ $2\tan x+k\cot x=1$ جواب دارد. حدود k کدام است؟

۱) $k>\frac{1}{8}$ ۲) $0\le k\le\frac{1}{8}$ ۳) $k\le\frac{1}{8}$ ۴) $-\frac{1}{8}\le k\le\frac{1}{8}$

۴۷۸- معادلهٔ $\sin^2 x+6\sin x+k=0$ جواب دارد. حدود k کدام است؟

۱) $k\le 9$ ۲) $-7\le k\le 5$ ۳) $2<k<15$ ۴) $2<k\le 9$

۴۷۹- معادلهٔ $3\sin x+\sqrt{3}\cos x=m$ جواب دارد. حدود m کدام است؟

۱) $-2\sqrt{3}\le m\le 2\sqrt{3}$ ۲) $-\sqrt{3}\le m\le\sqrt{3}$

۳) $3-\sqrt{3}\le m\le 3+\sqrt{3}$ ۴) $-3-\sqrt{3}\le m\le 3+\sqrt{3}$

۴۸۰- اگر معادلهٔ $\tan(x+\frac{\pi}{4})=k\tan x$ جواب داشته باشد و k عددی بزرگ‌تر از یک باشد، حداقل مقدار k کدام است؟

۱) $\sqrt{6}+2$ ۲) $2+\sqrt{6}$ ۳) $3+\sqrt{8}$ ۴) $4-\sqrt{8}$

کنکور سراسری

۴۸۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin^2 x-\cos^2 x=\sin(\frac{3\pi}{2}+x)$ به کدام صورت است؟ تجربی - ۹۱

۱) $\frac{k\pi}{3}$ ۲) $\frac{2k\pi}{3}$ ۳) $2k\pi+\frac{\pi}{3}$ ۴) $2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$

۴۸۲- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\sqrt{3}$ به کدام صورت است؟ خارج از کشور تجربی - ۹۱

۱) $\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{6}$ ۴) $k\pi-\frac{\pi}{6}$

۴۸۳- نقاط پایانی کمان جواب‌های معادلهٔ $\frac{\sin x\cos x}{1-\cos x}=1+\cos x$ روی دایره‌ی مثلثاتی، رأس‌های کدام چندضلعی است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۱

۱) مربع ۲) مستطیل ۳) مثلث قائم‌الزاویه ۴) مثلث متساوی‌الساقین

۴۸۴- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin^4 x-\cos^4 x=\sin^2\frac{5\pi}{4}$ به کدام صورت است؟ تجربی - ۹۲

۱) $2k\pi\pm\frac{\pi}{6}$ ۲) $2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۳) $k\pi\pm\frac{\pi}{6}$ ۴) $k\pi\pm\frac{\pi}{3}$

۴۸۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\sqrt{۲}\sin x\cos x=\sin x+\cos x$ کدام است؟ ریاضی - ۹۲

۱) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۲k\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۴}$ ۴) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$

۴۸۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\cos ۲x=\cot x(۴\sin x+\tan x)$ کدام است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۲

۱) $k\pi-\frac{\pi}{۳}$ ۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ ۳) $۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$

۴۸۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin ۲x(\sin x+\cos x)=\cos ۲x(\cos x-\sin x)$ در بازهٔ $[۰,\pi]$ کدام است؟ تجربی - ۹۳

۱) $\frac{۳\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۴}$

۴۸۸- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{\sin ۳x}{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)}=۱$ به کدام صورت است؟ خارج از کشور تجربی - ۹۳

۱) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$ ۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$ ۳) $۲k\pi\pm\frac{۳\pi}{۴}$ ۴) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$

۴۸۹- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{\sin ۳x}{\sin x}=۲\cos^۲ x$ کدام است؟ ریاضی - ۹۳

۱) $\frac{k\pi}{۲}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ ۳) $k\pi-\frac{\pi}{۴}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$

۴۹۰- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin ۴x\cos ۲x=\cos^۲(x-\frac{\pi}{۴})$ کدام است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۳

۱) $\frac{k\pi}{۴}-\frac{\pi}{۱۲}$ ۲) $\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۱۲}$ ۳) $\frac{k\pi}{۳}-\frac{\pi}{۱۲}$ ۴) $\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۱۲}$

۴۹۱- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\cos^۲ x+۲\sin x\cos x=۱$ به کدام صورت است؟ تجربی - ۹۴

۱) $\frac{k\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸}$ ۳) $k\pi-\frac{\pi}{۸}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{۸}$

۴۹۲- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos ۳x+\cos x=۰$، با شرط $\cos x\neq ۰$ کدام است؟ خارج از کشور تجربی - ۹۴

۱) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ ۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸}$ ۳) $k\pi-\frac{\pi}{۴}$ ۴) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$

۴۹۳- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{\sin x+\sin ۲x}{\cos x+\cos ۲x}=\cot x$ کدام است؟ ریاضی - ۹۴

۱) $\frac{k\pi}{۵}$ ۲) $\frac{۲k\pi}{۵}$ ۳) $\frac{۳k\pi}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}(۲k+۱)\pi$

۴۹۴- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x}=\tan ۳x$ به کدام صورت است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۴

۱) $\frac{k\pi}{۴}-\frac{\pi}{۱۶}$ ۲) $\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۱۶}$ ۳) $\frac{k\pi}{۴}-\frac{\pi}{۸}$ ۴) $\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}$

۴۹۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $۲\sin^۲ x+۳\cos x=۰$ کدام است؟ تجربی - ۹۵

۱) $۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}$ ۲) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ ۳) $۲k\pi\pm\frac{۵\pi}{۶}$ ۴) $k\pi-\frac{\pi}{۳}$

۴۹۶- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos(x+\frac{\pi}{۴})\cos(x-\frac{\pi}{۴})=\frac{۱}{۴}$ کدام است؟ خارج از کشور تجربی - ۹۵

۱) $k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$ ۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ ۳) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$ ۴) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$

۴۹۷- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin ۴x=\sin^۴ x-\cos^۴ x$ در بازهٔ $[۰,\pi]$ برابر کدام است؟ ریاضی - ۹۵

۱) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۲) $\frac{۹\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۱۱\pi}{۳}$

۴۹۸- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{8})+\cos(x-\frac{3\pi}{8})=1$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ برابر کدام است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۵

۱) $\frac{3\pi}{4}$ ۲) $\frac{5\pi}{4}$ ۳) $\frac{3\pi}{2}$ ۴) $\frac{7\pi}{4}$

۴۹۹- جواب‌های کلی معادلهٔ $\cos 2x+2\cos^2 x=0$ کدام است؟ تجربی - ۹۶

۱) $2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۲) $2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$ ۳) $k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۴) $k\pi\pm\frac{\pi}{6}$

۵۰۰- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\sin 2x+\cos(\frac{\pi}{2}-x)=0$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ کدام است؟ خارج از کشور تجربی - ۹۶

۱) $\frac{14\pi}{3}$ ۲) 4π ۳) $\frac{9\pi}{2}$ ۴) 5π

۵۰۱- جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin x\sin 3x=\cos 2x$ کدام است؟ ریاضی - ۹۶

۱) $\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{6}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{2}$ ۴) $\frac{k\pi}{3}$

۵۰۲- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$ با شرط $x\neq\frac{k\pi}{2}$ کدام است؟ خارج از کشور ریاضی - ۹۶

۱) $k\pi\pm\frac{\pi}{6}$ ۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۳) $2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ۴) $2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$

۵۰۳- جواب‌های کلی معادلهٔ $\tan x\tan 3x=1$ کدام است؟ تجربی - ۹۷

۱) $\frac{k\pi}{4}$ ۲) $\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}$ ۳) $\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8}$ ۴) $\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{8}$

۵۰۴- جواب‌های کلی معادلهٔ $\frac{\sin 3x+\sin 2x}{1+\cos x}=0$ کدام است؟ خارج از کشور تجربی - ۹۷

۱) $\frac{k\pi}{5}$ ۲) $\frac{2k\pi}{5}$ ۳) $k\pi+\frac{\pi}{5}$ ۴) $\frac{(2k+1)\pi}{5}$

۵۰۵- جواب‌های کلی معادلهٔ $\sin 2x\sin 4x+\sin^2 x=1$ کدام است؟ ریاضی - ۹۷

۱) $k\pi+\frac{\pi}{6}$ ۲) $\frac{(2k+1)\pi}{6}$ ۳) $k\pi-\frac{\pi}{6}$ ۴) $\frac{k\pi}{6}$

۳۱۶- گزینهٔ ۴ با توجه به شکل حداکثر مقدار تابع برابر ۱ است، این مقدار زمانی به‌دست می‌آید که $\cos(bx+\frac{\pi}{2})=-1$، پس

$$a+2=1\Rightarrow a=-1$$

در نتیجه $y=-1-2\cos(bx+\frac{\pi}{2})=-1+2\sin(bx)$. با توجه به شکل دورهٔ تناوب تابع برابر با $\frac{13\pi}{18}-\frac{\pi}{18}=\frac{2\pi}{3}$ است. بنابراین

$$\frac{2\pi}{|b|}=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow b=\pm 3$$

برای $x>0$ نمودار تابع $y=-1+2\sin(bx)$ به صورت صعودی شروع می‌شود، پس $b=3$ قابل قبول است، یعنی $y=-1+2\sin(3x)$ و مقدار $a+b$ برابر است با $-1+3=2$.

۳۱۷- گزینهٔ ۳ با توجه به شکل دورهٔ تناوب تابع برابر π است، پس

$$\frac{2\pi}{|b|}=\pi\Rightarrow |b|=2$$

بیشترین مقدار تابع برابر ۱/۵ است، پس $|a|=\frac{1}{2}$. با توجه به آنکه تابع در شروع از مبدأ یک روند نزولی دارد باید a و b مختلف‌العلامت باشند. اگر فرض کنیم $a=\frac{1}{2}$ و $b=-2$، آن‌گاه

$$y=1+\frac{1}{2}\sin(-2x-\frac{\pi}{6})\Rightarrow y(0)=\frac{3}{4}$$

اما با توجه به نمودار تابع $1<y(0)<1/5$، پس این حالت غیرقابل قبول است.

بنابراین $a=-\frac{1}{2}$ و $b=2$، یعنی $a+b=\frac{3}{2}$.

۳۱۸- گزینهٔ ۱ دورهٔ تناوب تابع برابر 4π است، پس

$$\frac{2\pi}{|m|}=4\pi\Rightarrow |m|=\frac{1}{2}$$

بنابراین $y=\frac{1}{2}+2\cos\frac{x}{2}$، در نتیجه

$$y(\frac{16\pi}{3})=\frac{1}{2}+2\cos(\frac{1}{2}\times\frac{16\pi}{3})=\frac{1}{2}+2\cos\frac{8\pi}{3}$$
$$=\frac{1}{2}+2\cos(3\pi-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}-2\cos(\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}$$

۳۱۹- گزینهٔ ۴ دورهٔ تناوب تابع برابر $\frac{2\pi}{3}$ است، پس

$$\frac{2\pi}{|m|}=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow m=\pm 3$$

در ابتدا تابع نزولی است، بنابراین $m=3$ قابل قبول است، در نتیجه $y=1-\sin(3x)$. بنابراین

$$y(\frac{7\pi}{6})=1-\sin\frac{7\pi}{2}=1-\sin(3\pi+\frac{\pi}{2})=1+\sin(\frac{\pi}{2})=1+1=2$$

۳۲۰- گزینهٔ ۳ نمودار تابع در دو دورهٔ تناوب رسم شده است، پس

$$2T=\frac{4}{3}\Rightarrow T=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{2\pi}{|b\pi|}=\frac{2}{3}\Rightarrow |b|=3$$

حداقل مقدار تابع برابر $-|a|$ است، پس

$$-|a|=-1\Rightarrow |a|=2$$

با توجه به اینکه $y(0)=1$ و مقادیر تابع در سمت راست صفر و نزدیک آن از یک بیشتر هستند، پس a و b هر دو مثبت یا هر دو منفی‌اند. بنابراین $a+b=5$ یا $a+b=-5$.

۳۲۱- گزینهٔ ۲ توجه کنید که

$$\tan 105^\circ=\tan(60^\circ+45^\circ)=\frac{\tan 60^\circ+\tan 45^\circ}{1-\tan 60^\circ\tan 45^\circ}$$
$$=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}\times\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{(1+\sqrt{3})^2}{1-3}=\frac{1+3+2\sqrt{3}}{-2}=-2-\sqrt{3}$$

۳۲۲- گزینهٔ ۱ ابتدا توجه کنید $\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}$. بنابراین

$$\tan\frac{5\pi}{12}=\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6})=\frac{\tan\frac{\pi}{4}+\tan\frac{\pi}{6}}{1-\tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\pi}{6}}=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{(3+\sqrt{3})^2}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=\frac{9+3+6\sqrt{3}}{9-3}=2+\sqrt{3}$$

۳۲۳- گزینهٔ ۱ با توجه به تساوی $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$، مقدار $\tan(\alpha-\beta)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\frac{1}{3}-(-\frac{1}{2})}{1+\frac{1}{3}(-\frac{1}{2})}=\frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}=1$$

۳۲۴- گزینهٔ ۲ ابتدا توجه کنید که $\tan\alpha=4$ و $\tan\beta=\frac{2}{3}$.

بنابراین $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{4+\frac{2}{3}}{1-4\times\frac{2}{3}}=-\frac{14}{5}$.

۳۲۵- گزینهٔ ۲ توجه کنید که $\cot(\alpha+\beta)=\frac{1}{\tan(\alpha+\beta)}$. بنابراین

$$\cot(\alpha+\beta)=\frac{1}{\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}}=\frac{1-\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha+\tan\beta}$$
$$=\frac{1-\frac{1}{\cot\alpha}\times\frac{1}{\cot\beta}}{\frac{1}{\cot\alpha}+\frac{1}{\cot\beta}}=\frac{\cot\alpha\cot\beta-1}{\cot\alpha+\cot\beta}$$

۳۲۶- گزینهٔ ۱ **راه‌حل اول** ابتدا توجه کنید که $\beta=(\alpha+\beta)-\alpha$.

بنابراین

$$\tan\beta=\tan((\alpha+\beta)-\alpha)=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha}=\frac{3-2}{1+3\times 2}=\frac{1}{7}$$

راه‌حل دوم

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\Rightarrow 3=\frac{2+\tan\beta}{1-2\tan\beta}$$

$$3-6\tan\beta=2+\tan\beta\Rightarrow 7\tan\beta=1\Rightarrow\tan\beta=\frac{1}{7}$$

۳۲۷- گزینهٔ ۲ توجه کنید که از $\cot a\cot b=3$ نتیجه می‌شود $\tan a\tan b=\frac{1}{3}$. از طرف دیگر

$$\cot(a-b)=\frac{1}{\tan(a-b)}=\frac{1+\tan a\tan b}{\tan a-\tan b}=\frac{1+\frac{1}{3}}{2}=\frac{2}{3}$$

۳۲۸- گزینهٔ ۳ ابتدا مقدار m را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\Rightarrow 3-\frac{2}{m}=\frac{m+\frac{2}{m}}{1-m(\frac{2}{m})}$$

$$3-\frac{2}{m}=-m-\frac{2}{m}\Rightarrow m=-3$$

بنابراین $\tan\alpha=-3$، $\tan\beta=-\frac{2}{3}$ و در نتیجه

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{-3+\frac{2}{3}}{1-3(-\frac{2}{3})}=-\frac{7}{9}$$

۳۲۹- گزینهٔ ۱ توجه کنید که

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

بنابراین

$$3=\frac{m+2m}{1-m(2m)}\Rightarrow 3m=3-6m^2\Rightarrow 2m^2+m-1=0$$

$$(2m-1)(m+1)=0\Rightarrow m=\frac{1}{2},m=-1$$

۳۳۰- گزینهٔ ۱ ابتدا توجه کنید که چون α و β حاده‌اند، پس

$$\sin\alpha=\frac{3}{5}\Rightarrow\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{4}{5}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{3}{4}$$

$$\cos\beta=\frac{5}{13}\Rightarrow\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\frac{12}{13}\Rightarrow\tan\beta=\frac{12}{5}$$

در نتیجه

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{3}{4}+\frac{12}{5}}{1-\frac{3}{4}\times\frac{12}{5}}=-\frac{63}{16}$$

۳۳۱- گزینهٔ ۱ توجه کنید که $\tan 2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$. بنابراین

$$2=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}\Rightarrow\tan^2 x+\tan x-1=0$$

$$\tan x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

۳۳۲- گزینهٔ ۴ توجه کنید که

$$\frac{\sin x+2\cos x}{\cos x-\sin x}=\frac{1}{3}\Rightarrow 3\sin x+6\cos x=\cos x-\sin x$$

$$4\sin x=-5\cos x\Rightarrow\tan x=-\frac{5}{4}$$

بنابراین $\tan 2x=\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}=\frac{40}{9}$.

۳۳۳- گزینهٔ ۴ ابتدا توجه کنید که

$$\tan\beta=\tan((\alpha+\beta)-\alpha)=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\tan\alpha}=\frac{-1-3}{1-3}=2$$

بنابراین $\tan 2\beta=\frac{2\tan\beta}{1-\tan^2\beta}=\frac{4}{1-4}=-\frac{4}{3}$.

۳۳۴- گزینهٔ ۲ ابتدا مقدار $\tan(\alpha+\beta)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{2+4}{1-2\times4}=\frac{-6}{7}$$

اکنون توجه کنید که

$$\tan(2\alpha+\beta)=\tan(\alpha+(\alpha+\beta))$$

$$=\frac{\tan\alpha+\tan(\alpha+\beta)}{1-\tan\alpha\tan(\alpha+\beta)}=\frac{2-\frac{6}{7}}{1-2(-\frac{6}{7})}=\frac{8}{19}$$

۳۳۵- گزینهٔ ۱ از رابطهٔ مربوط به حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم نتیجه می‌شود

$$\cot\alpha\cot\beta=-2\Rightarrow\frac{1}{\tan\alpha}\times\frac{1}{\tan\beta}=-2\Rightarrow\tan\alpha\tan\beta=-\frac{1}{2}$$

از رابطهٔ مربوط به مجموع جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم نتیجه می‌شود

$$\cot\alpha+\cot\beta=\frac{1}{\tan\alpha}+\frac{1}{\tan\beta}=-6$$

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\tan\alpha\tan\beta}=-6\Rightarrow\tan\alpha+\tan\beta=3$$

بنابراین $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{3}{1-(-\frac{1}{2})}=2$.

۳۳۶- گزینهٔ ۱ توجه کنید که

$$\tan(x+\frac{\pi}{4})=\frac{\tan x+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan x\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan x+1}{1-\tan x}\quad(1)$$

$$\tan(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan x-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan x\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan x-1}{1+\tan x}\quad(2)$$

اگر تساوی‌های (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، نتیجه می‌شود که حاصل‌ضرب مورد نظر برابر -1 است.

۳۳۷- گزینهٔ ۴ توجه کنید که

$$\tan(x+\frac{\pi}{4})=\frac{\tan x+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan x\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan x+1}{1-\tan x}$$

$$\tan(x-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan x-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan x\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan x-1}{1+\tan x}$$

در نتیجه

$$\cot(x+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\tan(x+\frac{\pi}{4})}=\frac{1-\tan x}{\tan x+1}$$

$$\cot(x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\tan(x-\frac{\pi}{4})}=\frac{1+\tan x}{\tan x-1}$$

بنابراین

$$\tan(x+\frac{\pi}{4})+\tan(x-\frac{\pi}{4})=-(\cot(x+\frac{\pi}{4})+\cot(x-\frac{\pi}{4}))$$

و مقدار عبارت مورد نظر برابر -1 است.