

فصل سوم

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم



درسنامه‌ی (۱)

جریان الکتریکی - مقاومت رساناهای اهمی و عوامل مؤثر بر آن

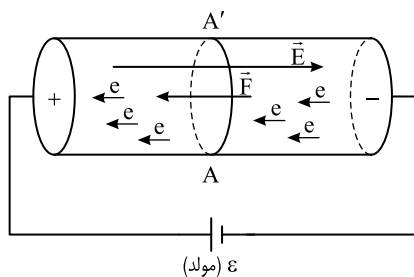
جریان الکتریکی

جریان الکتریکی متوسط: بار شارش شده در واحد زمان را جریان متوسط می‌گویند.

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \left(\frac{C}{s}\right) \text{ کولن بر ثانیه}$$

جریان الکتریکی مستقیم: اگر در تمام بازه‌های زمانی شدت جریان متوسط ثابت بماند، جریان را مستقیم می‌نامند.

$$I = \frac{q}{t}, \left(\frac{C}{s}\right) \text{ کولن بر ثانیه}$$



جریان الکتریکی: الکترون‌های آزاد با سرعت‌های متفاوت به طور کاتوره‌ای در حرکت هستند. در حالت عادی در مدت Δt از مقطع AA' تعداد الکترون‌هایی که از راست به چپ حرکت می‌کنند با تعداد الکترون‌هایی که از چپ به راست در حرکت هستند، یکسان است. بنابراین بار خالص عبوری و جریان الکتریکی نداریم. اما اگر به دو سر سیم اختلاف پتانسیل اعمال شود، یک میدان الکتریکی درون سیم ایجاد می‌شود که نیرویی خلاف جهت میدان به الکترون‌ها وارد می‌کند و در این حالت بار خالص عبوری صفر نیست و جریان الکتریکی برقرار می‌شود.

جهت جریان الکتریکی: جهت جریان الکتریکی در خلاف جهت شارش الکترون‌ها و به عبارتی در جهت میدان الکتریکی است.

قانون اهم

قانون اهم: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانای فلزی به شدت جریانی که از آن می‌گذرد، در دمای ثابت مقدار ثابتی است.

$$R = \frac{V}{I}, \quad R: \text{مقاومت سیم } (\Omega)$$

عوامل مؤثر بر مقاومت رسانا:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

(۱) ساختمان رسانا:

مقاومت سیم: R برحسب اهم (Ω)، مقاومت ویژه: ρ برحسب اهم. متر ($\Omega \cdot m$)، سطح مقطع: A بر حسب مترمربع (m^2)، طول سیم: l بر حسب متر (m)

$$R_{\theta_p} = R_{\theta_1} (1 + \alpha \Delta \theta)$$

(۲) دمای سیم رسانا:

$$\rho_{\theta_p} = \rho_{\theta_1} (1 + \alpha \Delta \theta)$$

مقاومت ویژه در دمای θ_1 : ρ_{θ_1} ، مقاومت ویژه در دمای θ_p : ρ_{θ_p} ، مقاومت سیم در دمای θ_1 : R_{θ_1}

تغییرات دما: $\Delta \theta = \theta_p - \theta_1$ بر حسب ($^\circ C$ یا K)، مقاومت سیم در دمای θ_p : R_{θ_p} ، ضریب دمایی: α بر حسب (K^{-1} یا $^\circ C^{-1}$)



همگام با کتاب درسی

● **مسئله** با افزایش دما، آهنگ شارش بار در هر مقطع رسانا، هنگام اعمال میدان الکتریکی در دو سر رسانا و موقع عدم حضور میدان چه تغییری می‌کند؟

راه‌حل: با افزایش دما، مقاومت سیم رسانا افزایش می‌یابد. هنگام عدم حضور میدان، تعداد الکترون‌هایی که در یک مقطع و یک زمان معین از راست به چپ حرکت می‌کنند با تعداد الکترون‌هایی که از چپ به راست حرکت می‌کنند برابر است و $\Delta q = 0$ می‌باشد و آهنگ شارش بار صفر می‌شود ($\frac{\Delta q}{\Delta t} = 0$). اگر دما افزایش و مقاومت رسانا افزایش یابد، همان‌چنان تعداد الکترون‌های راست به چپ و چپ به راست برابر هستند و باز هم آهنگ شارش صفر است. هنگام اعمال میدان $\Delta q \neq 0$ است و آهنگ شارش بار خواهیم داشت و با افزایش دما و مقاومت، آهنگ شارش بار کاهش می‌یابد.

● **مسئله** اگر بار الکتریکی یک باتری اتومبیل 60 آمپر ساعت باشد، در چه مدت می‌توانیم از آن شدت جریان متوسط 6 آمپر بگیریم؟

$$q = I \times t \Rightarrow 60 = 6 \times t \Rightarrow t = 10 \text{ h}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $Ah \quad A \quad h$

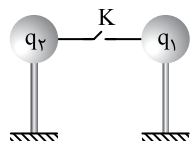
● **مسئله** از سیمی شدت جریان $2A$ می‌گذرد. در مدت 80 ثانیه چند الکترون از یک مقطع سیم عبور می‌کند؟ (بار الکتریکی الکترون 1.6×10^{-19} کولن است)

$$q = I \times t \Rightarrow q = 2 \times 80 = 160 \text{ C}, \quad q = ne \Rightarrow 160 = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 10^{20}$$

● **مسئله** بار الکتریکی گذرنده از مقطع یک رسانا بر حسب زمان در SI به صورت $q = t^2 + 2$ می‌باشد. شدت جریان الکتریکی متوسط گذرنده از مقطع این رسانا در دو ثانیه اول برقراری جریان چند آمپر است؟

$$t_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 0 + 2 \Rightarrow q_1 = 2 \text{ C}, \quad t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow q_2 = (2)^2 + 2 \Rightarrow q_2 = 6 \text{ C}, \quad \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{6 - 2}{2 - 0} = 2 \text{ A}$$

● **مسئله** دو کره‌ی رسانای فلزی کاملاً مشابه، اولی دارای بار $q_1 = 8 \mu\text{C}$ و دومی دارای بار $q_2 = -10 \mu\text{C}$ بر روی پایه‌های عایقی قرار دارند. این دو کره را با بستن کلید توسط سیم فلزی با مقاومت R به یک‌دیگر وصل می‌کنیم. 100 ثانیه طول می‌کشد تا دو کره هم‌پتانسیل شوند. جریان متوسطی که در این مدت از سیم می‌گذرد، چقدر است؟



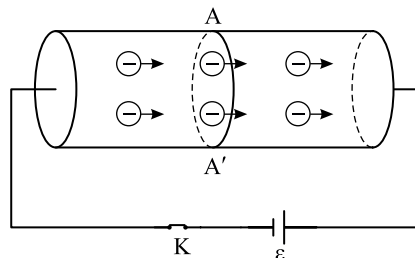
راه‌حل: بار نهایی کره‌ها را پس از هم‌پتانسیل شدن به دست می‌آوریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = -1 \mu\text{C}, \quad \Delta q = |q'_1 - q_1| = |q'_2 - q_2| \Rightarrow \Delta q = 9 \mu\text{C} = 9 \times 10^{-6} \text{ C}$$

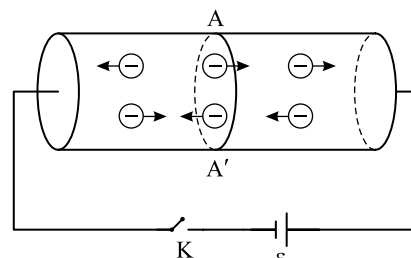
$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{9 \times 10^{-6}}{0.1} \Rightarrow \bar{I} = 9 \times 10^{-5} \text{ A}$$

(خرداد ۸۹)

● **مسئله** از مقایسه‌ی شکل‌های (۱) و (۲) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



(۲)



(۱)

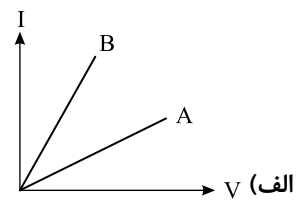
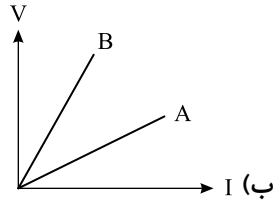
راه‌حل: در شکل (۱)، کلید باز است و به دو سر رسانا اختلاف پتانسیل اعمال نمی‌شود، بنابراین بار خالص شارش یافته از مقطع AA' صفر است. در شکل (۲)، چون در دو سر رسانا اختلاف پتانسیل اعمال شده است، بار خالص شارش یافته از مقطع AA' صفر نیست و جریان الکتریکی در خلاف جهت شارش الکترون‌ها به وجود می‌آید.

● **مسئله الف) مقاومت ویژه رسانا را تعریف کنید.**

(ب) چرا سیم رابط در مدارها را معمولاً از جنس مس درست می‌کنند؟

راه حل: الف) مقاومت ویژه هر رسانا، مقاومت قطعه‌ای از آن به طول یک متر و سطح مقطع یک متر مربع می‌باشد و به جنس رسانا و دمای آن بستگی دارد.

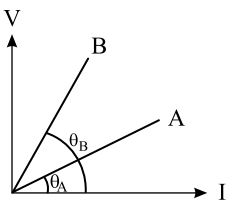
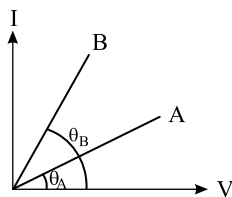
(ب) زیرا مقاومت ویژه مس بسیار پایین می‌باشد، بنابراین مقاومت سیم رابط بسیار کم می‌شود و کم‌ترین تأثیر را بر روی جریان الکتریکی خواهد داشت، و برای ارتباط اجزای مدار با هم بسیار مناسب است و نیز قیمت آن هم مناسب می‌باشد.

● **مسئله نمودارهای زیر در ارتباط با دو رسانای A و B است. در هر حالت مقاومت کدام رسانا بیش‌تر است؟****راه حل:** الف)

$$\text{شیب نمودار} = \tan \theta = \frac{I}{V} = \frac{1}{R}$$

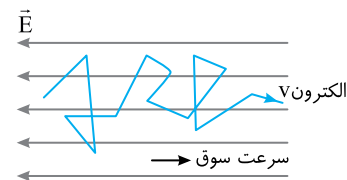
$$\theta_B > \theta_A \Rightarrow \tan \theta_B > \tan \theta_A \xrightarrow{\tan \theta = \frac{1}{R}} \frac{1}{R_B} > \frac{1}{R_A} \Rightarrow R_B < R_A$$

(ب)



$$\text{شیب نمودار} = \tan \theta = \frac{V}{I} = R$$

$$\theta_B > \theta_A \Rightarrow \tan \theta_B > \tan \theta_A \xrightarrow{\tan \theta = R} R_B > R_A$$

● **مسئله سرعت سوق الکترون چه تفاوتی با سرعت الکترون آزاد در رسانا دارد؟****راه حل:** سرعت سوق: وقتی به دو سر رسانا باتری وصل می‌کنیم و میدان الکتریکی اعمال می‌شود، سرعت سوق، سرعت متوسط الکترون‌ها می‌باشد که الکترون در خلاف جهت میدان و بسیار آهسته حرکت می‌کند.

سرعت الکترون: الکترون آزاد به‌طور کاتوره‌ای با سرعت بسیار بالایی در همه‌ی جهت‌ها حرکت می‌کند.

● **مسئله سرعت سوق الکترون‌های آزاد در یک رسانا می‌تواند به‌کندی سرعت حرکت یک حلزون باشد. اگر سرعت سوق الکترون‌ها**

این قدر کم است. پس چرا وقتی کلید برق را می‌زنیم چراغ‌های خانه به سرعت روشن می‌شوند؟

راه حل: وقتی کلید را می‌زنیم، میدان الکتریکی با سرعتی نزدیک به سرعت نور برقرار می‌شود و الکترون‌ها در سر تا سر سیم به‌طور هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند. توجه کنید که این ربطی به زمانی که طول می‌کشد تا یک الکترون از کلید به لامپ برسد، ندارد.● **مسئله دماسنج‌های مقاومتی بر چه اساسی کار می‌کنند؟****راه حل:** این دماسنج‌ها می‌توانند در دماهای بسیار بالا یا بسیار پایین که دماسنج‌های معمولی کارآیی ندارند، دما را اندازه بگیرند در واقع از تغییر مقاومت الکتریکی در اثر تغییر دما برای ساختن این دماسنج‌های دقیق استفاده می‌شود. معمولاً در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند، زیرا پلاتین دچار خوردگی نمی‌شود و نقطه‌ی ذوب بالایی دارد.● **مسئله چرا در خطوط انتقال برق، انرژی الکتریکی به جای این‌که با جریان بالا و ولتاژ پایین انتقال یابد با ولتاژ بالا و جریان پایین منتقل می‌شود؟****راه حل:** وقتی جریان برق به یک خط انتقال فرستاده می‌شود، بخشی از انرژی الکتریکی هنگام برخورد الکترون‌ها (که جریان را به‌وجود می‌آورند) با اتم‌ها، مولکول‌های موجود در مسیر رسانا به‌صورت انرژی گرمایی تلف می‌شود. مقدار انرژی الکتریکی تلف شده در این

$$\text{مسیر برابر با حاصل ضرب مقاومت خط انتقال و مربع جریان است } (P_{\text{مصرفی}} = I^2 R).$$

بنابراین، برای کم نگه داشتن اتلاف، انرژی الکتریکی با جریان پایینی انتقال داده می‌شود. این بدان معناست که برای حصول توان مورد نظر، ولتاژ بایستی بالا باشد تا کم شدن جریان را جبران کند ($P = I\Delta V$).

● مسأله

طول و قطر سیم مسی A دو برابر طول و قطر سیم مسی B است. مقاومت سیم A چند برابر سیم B است؟

راه حل:

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{l_B}{l_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\text{جنس دو سیم یکسان است}} \frac{R_B}{R_A} = \frac{l_B}{l_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$D_A = 2D_B \Rightarrow r_A = 2r_B \xrightarrow{A = \pi r^2} A_A = 4A_B \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{l_B}{l_A} \times \frac{4A_B}{A_B} = 2 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$$

● مسأله

سیمی به مقاومت 27Ω اهم دارای طول l و سطح مقطع A است. اگر طول سیم را به گونه‌ای به $\frac{1}{3}$ مقدار اولیه برسانیم که

جرم سیم ثابت بماند، مقاومت سیم چند اهم خواهد شد؟

راه حل:

جنس سیم تغییر نکرده است، پس چگالی سیم تغییر نمی‌کند و با توجه به صورت مسأله جرم ثابت است، بنابراین طبق رابطه‌ی

$$V' = V \Rightarrow A'l' = Al \Rightarrow A' \frac{l}{3} = Al \Rightarrow A' = 3A$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

حجم سیم نیز ثابت است:

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho' \frac{l'}{A'}}{\rho \frac{l}{A}} \xrightarrow{(\rho' = \rho)} \frac{R'}{R} = \frac{l'}{l} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{3} \times \frac{A}{3A} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{9} \Rightarrow R' = 3\Omega$$

● مسأله

منظور از جمله‌ی «ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی مس $0.0068/^\circ\text{C}$ است» را بنویسید.

راه حل:

یعنی اگر دمای یک قطعه از مس به مقاومت 1Ω ، یک درجه‌ی کلون افزایش یابد، مقاومت الکتریکی آن 0.0068Ω افزایش

می‌یابد و به 1.0068Ω می‌رسد.

● مسأله

مقاومت سیمی از آلیاژ کروم و نیکل در دمای 20°C ، برابر 10Ω و در دمای 200°C برابر 18Ω است. ضریب دمایی این

آلیاژ را به دست آورید. (با فرض ثابت بودن ضریب دمایی)

راه حل:

$$\begin{cases} \theta_1 = 20^\circ\text{C} \Rightarrow R_{\theta_1} = 10\Omega \\ \theta_2 = 200^\circ\text{C} \Rightarrow R_{\theta_2} = 18\Omega \end{cases} \Rightarrow \Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 8 = 10 \times \alpha \times 180 \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{K}$$

● مسأله

مقاومت سیمی در دمای محیط آزمایشگاه R است. دمای محیط را چند درجه‌ی کلون افزایش دهیم تا مقاومت سیم 5% درصد

$$\text{افزایش یابد؟ } \left(\alpha = 2 \times 10^{-3} \frac{1}{K} \right)$$

راه حل:

با توجه به صورت سؤال و رابطه‌ی مقاومت با دما، داریم:

$$\begin{cases} \Delta R = \frac{5}{100} R_1 \Rightarrow \frac{5}{100} R_1 = R_1 \times 2 \times 10^{-3} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 25^\circ\text{C} = 25K \\ \Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \end{cases}$$

● مسأله

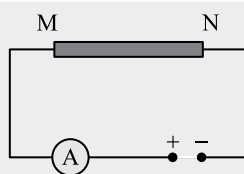
اطلاعات مربوط به دو رسانای A و B با طول یکسان (در یک دمای معین) در جدول زیر داده شده است: (ریاضی - خرداد ۹۱)

الف) مقاومت دو رسانا را با یکدیگر مقایسه کنید.

ب) اگر در مدار داده شده، یک بار رسانای A و بار دیگر رسانای B را بین دو نقطه‌ی M و N قرار دهیم، با ذکر دلیل مشخص

کنید مقدار جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد در کدام حالت بیش‌تر است؟ (دما را ثابت فرض کنید)

مساحت مقطع	مقاومت ویژه	رسانا
$A(\text{m}^2)$	$\rho(\Omega \cdot \text{m})$	
2×10^{-4}	5×10^{-8}	A
4×10^{-4}	8×10^{-8}	B



راه حل: الف)

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow \begin{cases} R_A = 5 \times 10^{-8} \times \frac{l}{2 \times 10^{-4}} = 2.5 \times 10^{-4} l \\ R_B = 8 \times 10^{-8} \times \frac{l}{4 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{-4} l \end{cases} \Rightarrow R_A > R_B$$

ب)

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{V}{R} \xrightarrow{V: \text{ثابت}} I \propto \frac{1}{R} \xrightarrow{R_A > R_B} I_A < I_B$$

● **مسئله** ساختمان مقاومت متغیر (رئوستا) را رسم کرده و موارد زیر را توضیح دهید:

الف) کاربرد

ب) نحوه‌ی اتصال

پ) نحوه‌ی استفاده

ت) نماد

راه حل:

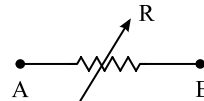
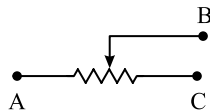
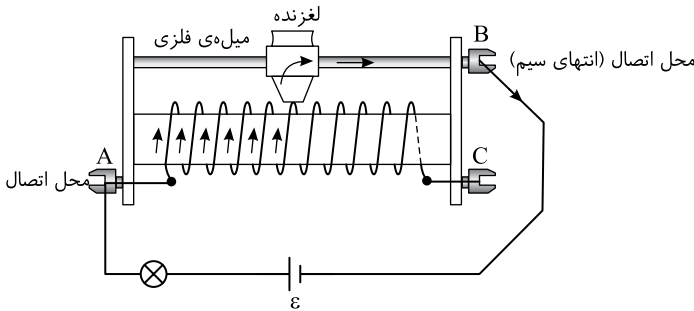
این وسیله از یک سیم بلند با مقاومت ویژه‌ی بالا (تنگستن) که روی استوانه‌ای نارسانا پیچیده شده است، تشکیل شده و با استفاده از یک دکمه‌ی لغزنده که روی ریلی در بالای استوانه قرار دارد و انتهای آن با سیم در تماس است، می‌توان قسمت‌های دلخواه از سیم را در مسیر جریان قرار داده و مقاومت را به دلخواه تغییر داد.

الف) کاربرد: در آزمایشگاه برای تنظیم و کنترل جریان از یک مقاومت متغیر استفاده می‌کنند.

ب) نحوه‌ی اتصال: به طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد. (مطابق شکل)

پ) نحوه‌ی استفاده: برای استفاده از رئوستا، ابتدا آن را با بیش‌ترین مقدار طول و مقاومت در مدار قرار می‌دهند. سپس لغزنده را به آرامی به سمت دیگر حرکت داده و طول و مقاومت را کاهش می‌دهند تا مقاومت مناسب برای جریان مورد نظر تنظیم شود.

ت) نماد:

● **مسئله** آمپرسنج ایده‌آل دارای چه مقاومتی است؟ اگر آمپرسنج مناسب نباشد، مقدار واقعی را با مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد، مقایسه کنید.

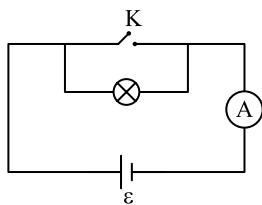
راه حل:

آمپرسنج وسیله‌ی اندازه‌گیری جریان است که به طور متوالی در مدار بسته می‌شود و باید مقاومت آن بسیار پایین باشد، به طوری که مقاومت آمپرسنج ایده‌آل، صفر است. اگر آمپرسنج مناسب نباشد، مقاومت کلی مدار زیاد شده و طبق قانون اهم ($R = \frac{V}{I}$) جریان کاهش می‌یابد. بنابراین جریانی که آمپرسنج در این حالت نشان می‌دهد، کمتر از مقدار واقعی است.

● **مسئله** ولت‌سنج ایده‌آل دارای چه مقاومتی است؟ اگر ولت‌سنج مناسب نباشد، مقدار واقعی را با مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد، مقایسه کنید.

راه حل:

ولت‌سنج وسیله‌ی اندازه‌گیری ولتاژ است که به طور موازی در مدار بسته می‌شود و باید مقاومت آن بسیار بالا باشد تا هیچ جریانی از ولت‌سنج نگذرد و همه‌ی جریان از مقاومت گذر کند. پس مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است. اگر ولت‌سنج مناسب نباشد، بخشی از جریان از ولت‌سنج گذشته و جریانی کمتر از مقاومت می‌گذرد و ولتاژ کم‌تری را نشان می‌دهد ($V = I \times R$). بنابراین اگر ولت‌سنج مناسب نباشد، مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد کمتر از مقدار واقعی است.

● **مسئله** در مدار مقابل، لامپ روشن است و آمپرسنج شدت جریان مدار را نشان می‌دهد. اگر کلید K بسته شود:

الف) چه تغییری در وضع روشنایی لامپ ایجاد خواهد شد؟

ب) کدام قسمت مدار ممکن است آسیب ببیند؟

پ) چگونه به کمک یک رئوستا می‌توانیم از این آسیب جلوگیری کنیم؟

راه حل:

الف) لامپ خاموش می‌شود (اتصال کوتاه).

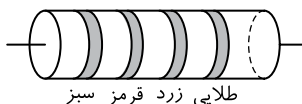
ب) آمپرسنج، زیرا جریان زیادی از آمپرسنج عبور خواهد کرد.

پ) رئوستا را به طور متوالی در مدار می‌بندیم تا از افزایش بیش از حد جریان در مدار جلوگیری کند.

● **مسئله** مقاومت یک لامپ را در دو حالت روشن و خاموش مقایسه کنید.

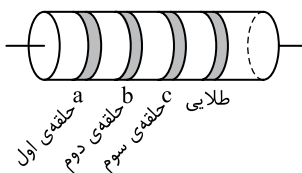
راه حل:

مقاومت به ساختمان لامپ و دما بستگی دارد. تفاوت این دو حالت فقط در دمای آن‌ها است. چون دمای لامپ روشن بیش‌تر از دمای لامپ خاموش است، بنابراین مقاومت لامپ روشن بیش‌تر از مقاومت لامپ خاموش می‌باشد.



● **مسئله** مقاومت مقابل را با استفاده از کدهای رنگی داده شده، تعیین کنید.

(زرد: ۴، قرمز: ۲، سبز: ۵)

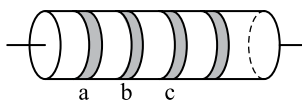


راه حل: این نوع مقاومت از جنس کربن می‌باشد و به همین دلیل به آن‌ها مقاومت کربنی می‌گویند و اندازه‌ی مقاومت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$R = ab \times 10^c$$

$$R = 52 \times 10^4 \Omega = 520000 \Omega \text{ یا } 520 \text{ k}\Omega \text{ (با تیرانس ۵ درصد)}$$

حلقه‌ی چهارم میزان خطا یا تیرانس آن مقاومت را نشان می‌دهد.



● **مسئله** رنگ نوارهای a، b و c را به گونه‌ای قرار دهید که مقاومت کربنی شکل روبه‌رو برابر

۶۲۰۰ اهم باشد (آبی: ۶، قرمز: ۲).

$$\begin{cases} R = ab \times 10^c \\ R = 6200 \Omega = 62 \times 10^2 \Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \rightarrow \text{آبی} \\ b = 2 \rightarrow \text{قرمز} \\ c = 2 \rightarrow \text{قرمز} \end{cases}$$

راه حل:

● **مسئله** اگر یک رسانای فلزی را بکشیم تا بدون تغییر حجم، طول آن n برابر شود، در این صورت مقاومت الکتریکی آن چند برابر می‌شود؟

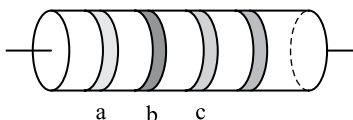
$$V' = V \Rightarrow A'l' = Al \Rightarrow A'nl = Al \Rightarrow A' = \frac{A}{n} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{l'}{l} \times \frac{A}{A'} \xrightarrow{\rho' = \rho} \frac{R'}{R} = \frac{nl}{l} \times \frac{A}{\frac{A}{n}} = n^2 \Rightarrow R' = n^2 R$$

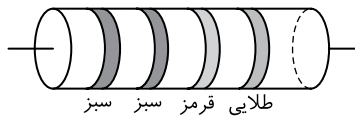
راه حل:



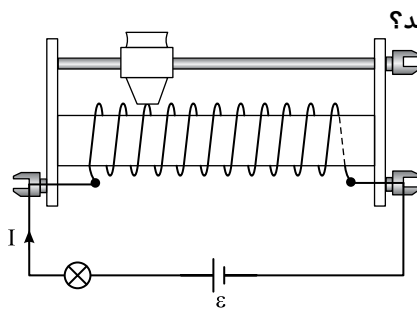
تمرین‌های تکمیلی

- ۱- از یک باتری ۷۰ آمپر ساعته، در چه مدت می‌توان شدت جریان متوسط ۲۸ آمپر گرفت؟
- ۲- بار الکتریکی عبوری از یک مدار بر حسب زمان به صورت $q = 2t^2 - t$ است. در سه ثانیه‌ی اول، شدت جریان متوسط عبوری مدار چند آمپر است؟
- ۳- دو کره‌ی فلزی مشابه که بار الکتریکی هر یک برابر $q_1 = 12 \text{ mC}$ و $q_2 = -2 \text{ mC}$ است را با سیم رسانایی به یک‌دیگر تماس می‌دهیم؛ الف) بار الکتریکی شارش شده بین دو کره چند کولن است و جهت شارش بار را تعیین کنید. ب) اگر این بار در مدت ۱ ms شارش شود، شدت جریان متوسط را حساب کنید.
- ۴- از سیمی جریان ۸ آمپر عبور می‌کند. در هر دقیقه چند الکترون از مقطع سیم عبور می‌کند؟ (بار الکتریکی هر الکترون $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است).
- ۵- یک سیم دارای مقاومت 9Ω است. آن را به صورت ۳ لایه تا می‌زنیم. مقاومت آن چقدر خواهد شد؟
- ۶- اگر یک رسانای فلزی را به n قسمت مساوی تقسیم کرده و آن‌ها را روی هم قرار دهیم، مقاومت الکتریکی آن چند برابر می‌شود؟
- ۷- مقاومت جسمی در دمای ۴۰۰ درجه‌ی سلسیوس ۰/۸ مقاومت آن در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس می‌باشد. ضریب دمایی مقاومت ویژه چند است؟ (با فرض ثابت ماندن ضریب دمایی)
- ۸- حجم یک سیم مسی ۲ برابر حجم سیم آهنی و مقاومت ویژه‌ی آن $\frac{1}{5}$ مقاومت ویژه‌ی آهن می‌باشد. اگر طول سیم مسی ۴ برابر طول سیم آهنی باشد، مقاومت سیم آهنی چند برابر مقاومت سیم مسی است؟
- ۹- رنگ‌های a، b و c را به گونه‌ای تعیین کنید که مقاومت سیم ۰/۰۶۲ کیلو اهم شود. (آبی: ۶، قرمز: ۲، سیاه: ۰، قهوه‌ای: ۱)



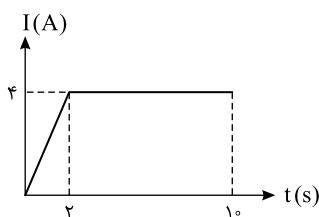


۱۰- مطابق شکل مقاومت را با استفاده از کدهای رنگی تعیین کنید. (سبز: ۵، قرمز: ۲)



۱۱- در مدار مقابل لغزنده را به سمت راست حرکت می‌دهیم. جریان مدار چگونه تغییر می‌کند؟

۱۲- شکل روبه‌رو، نمودار $I-t$ را برای یک قطعه‌ی رسانا نشان می‌دهد. تعداد الکترون‌های شارش شده از یک مقطع رسانا را در مدت ۹ s



بیابید.

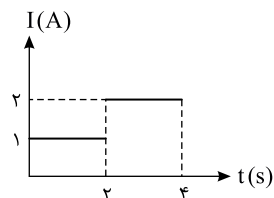


تمرین‌های با پاسخ کوتاه

۱- اگر در مدت ۱ s، $۱۰^{۲۰}$ الکترون به طور خالص از مقطع رسانایی عبور کند، جریان الکتریکی گذرنده از رسانا چند آمپر است؟

$$[I = ۱/۶ A]$$

۲- شکل روبه‌رو نمودار $I-t$ را برای یک قطعه‌ی رسانا نشان می‌دهد. تعداد الکترون‌های شارش شده



را از یک مقطع رسانا در مدت ۴ s بیابید.

$$[n = ۳۷۵ \times ۱۰^{۱۷}]$$

۳- معادله‌ی بار الکتریکی عبوری از مقطع یک رسانا بر حسب زمان در SI به صورت $q = ۲t^۲ + ۱$ است. شدت جریان متوسط گذرنده از

$$[I = ۱۰ A]$$

رسانا در ثانیه‌ی سوم چند آمپر است؟

۴- از یک باتری ۱۰۰ آمپرساعتی، به مدت ۵ h جریان ۱۲ A می‌گیریم. بار باقی‌مانده در باتری چند آمپرساعت است؟

$$[۴۰ Ah]$$

۵- یک سیم با سطح مقطع ثابت، طول ۲ m و مقاومت ۲Ω حامل جریان ۴ A است. اختلاف پتانسیل دو نقطه از این سیم به فاصله‌ی

$$[V = ۸ V]$$

۲۰ cm از هم را حساب کنید.

۶- ابعاد یک مکعب مستطیل فلزی $۱ cm \times ۲ cm \times ۴ cm$ است. این مکعب را می‌توان از هر یک از دو وجه موازی آن در مدار قرار داد. نسبت

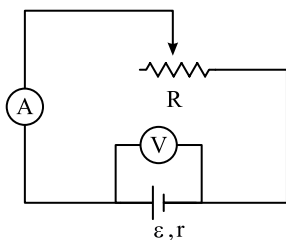
$$\left[\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = ۱۶ \right]$$

بزرگ‌ترین مقاومت آن به کوچک‌ترین مقاومت آن چقدر است؟

۷- اگر یک رسانای فلزی را بکشیم تا بدون تغییر حجم، شعاع مقطع آن $\frac{1}{n}$ برابر شود، در این صورت مقاومت الکتریکی آن چند برابر

$$\left[\frac{R_۲}{R_۱} = n^۴ \right]$$

می‌شود؟



- ۸- در مدار شکل روبه‌رو اگر لغزنده‌ی رئوس را به سمت راست حرکت دهیم، عدد آمپرسنج و ولت‌سنج چگونه تغییر می‌کند؟

[افزایش I، کاهش V]

$$\left[\frac{R_2}{R_1} = 16\right]$$

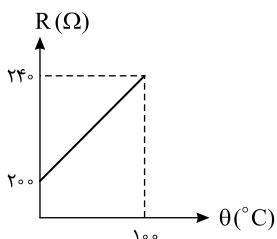
- ۹- سیمی را چنان می‌کشیم تا بدون تغییر حجم، قطرش نصف شود. مقاومتش چند برابر می‌شود؟

- ۱۰- اگر دمای یک سیم تنگستنی 100°C افزایش یابد، مقاومت سیم چند درصد تغییر می‌کند؟ $\left(\alpha_{\text{تنگستن}} = 5 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}\right)$ $[\Delta\%]$

- ۱۱- مقاومت یک سیم در دمای 100°C برابر 1500Ω و ضریب دمای مقاومت ویژه‌ی سیم برابر $5 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$ است. مقاومت سیم در دمای

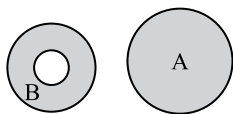
$$[R_0 = 1000\Omega]$$

$^\circ\text{C}$ چند اهم است؟ (با فرض ثابت ماندن α)



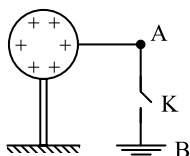
- ۱۲- نمودار مقاومت الکتریکی برحسب دمای یک سیم رسانا مطابق شکل زیر است. ضریب دمای مقاومت ویژه‌ی سیم رسانا چند واحد SI است؟

$$\left[\alpha = 2 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}\right]$$



- ۱۳- دو کابل رسانای هم‌طول و هم‌جنس A و B که سطح مقطع آن‌ها در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، مفروضند. شعاع مقطع کابل توپر A، برابر با ۴ میلی‌متر و شعاع داخل و خارج سطح مقطع کابل توخالی B به ترتیب ۱ و ۲ میلی‌متر است. مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت سیم B است؟

$$\left[\frac{3}{16}\right]$$



- ۱۴- بار الکتریکی کره‌ی رسانای شکل روبه‌رو $5/0$ کولن است. اگر شدت جریان متوسط در سیم AB بعد از بستن کلید برابر 25A باشد، زمان تخلیه‌ی بار و جهت جریان در سیم را به دست آورید. $[\Delta\% \text{ ثانیه} - \text{از A به B}]$

درسنامه‌ی (۲)

مولد - مدارهای تک حلقه‌ای - توان در مدارهای الکتریکی

مولد

نیروی محرکه‌ی مولد: انرژی‌ای است که مولد به واحد بار الکتریکی می‌دهد تا بار در مدار شارش کند و واحد آن ولت می‌باشد.

$$\varepsilon = \frac{U}{q}$$

افت پتانسیل مولد: هر مولد به دلیل ساختمانی که دارد، دارای مقاومت درونی است و این مقاومت درونی، بخشی از انرژی مولد را به صورت گرما تلف می‌کند و باعث افت پتانسیل می‌شود.

$$\text{افت پتانسیل مولد} = \varepsilon - V = Ir$$

مدارهای تک حلقه‌ای

یک مدار الکتریکی تک حلقه از یک یا چند مولد و یک یا چند مقاومت تشکیل شده است که به کمک سیم‌های رابط به دنبال هم بسته شده‌اند و شدت جریان در تمام قسمت‌های مدار یکسان است.

محاسبه‌ی شدت جریان در مدار:

(۱) جهت جریان را تعیین می‌کنیم.

(۲) جهت حرکت در مدار را به دلخواه تعیین می‌کنیم.

(۳) جمع تمام اختلاف پتانسیل‌ها در یک مدار بسته صفر می‌باشد (قاعده‌ی حلقه). بنابراین از هر نقطه از مدار (طبق قواعد زیر) تغییر پتانسیل دو سر هر یک از اجزا را می‌نویسیم تا مجدداً به همان نقطه برسیم. از این رابطه، شدت جریان به دست می‌آید.

قاعده‌ی (۱): هرگاه روی مدار در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازه‌ی IR یا Ir کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت‌ها بگذریم پتانسیل به اندازه‌ی IR یا Ir افزایش می‌یابد.

قاعده‌ی (۲): هرگاه برای گذر از مولد (بدون توجه به جهت جریان) از پایانه‌ی منفی به طرف پایانه‌ی مثبت بگذریم، پتانسیل به اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی مولد افزایش و اگر از پایانه‌ی مثبت به منفی برویم، پتانسیل به اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی مولد کاهش می‌یابد.

محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار: برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار، ابتدا پتانسیل نقطه‌ی اول را می‌نویسیم. آن گاه از این نقطه روی مدار در جهت دلخواه به طرف نقطه‌ی دوم می‌رویم و اختلاف پتانسیل‌ها را طبق قواعد با هم جمع جبری می‌کنیم تا به نقطه‌ی دوم برسیم. حاصل، برابر پتانسیل نقطه‌ی دوم است.

توان در مدارهای الکتریکی

انرژی الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت:

$$U = qV, \quad U = I^2 R t, \quad U = \frac{V^2}{R} t, \quad U = IVt$$

انرژی الکتریکی (U) بر حسب ژول (J) می‌باشد.

توان الکتریکی مصرف شده در مقاومت:

$$P = \frac{U}{t}, \quad P = \frac{V^2}{R}, \quad P = I^2 R, \quad P = VI$$

توان (P) بر حسب وات (W) می‌باشد.

برای محاسبه‌ی انرژی بر حسب کیلووات ساعت (kWh) در رابطه‌ی $U = Pt$ توان را بر حسب کیلو وات (kW) و زمان را بر حسب ساعت (h) قرار می‌دهیم.

توان مولد:

$$I\varepsilon - I^2 r = \text{توان مفید یا خروجی مولد}$$

$$I^2 r = \text{توان تلف شده در مولد}$$

$$I\varepsilon = \text{توان تولیدی مولد}$$

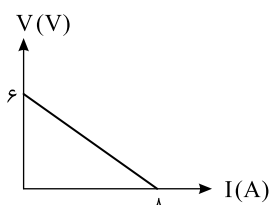


همگام با کتاب درسی

● **مسئله الف)** اختلاف پتانسیل یک باتری بر حسب جریان عبوری از آن به صورت نمودار شکل روبه‌رو تغییر می‌کند. نیروی محرکه‌ی باتری را تعیین کنید.

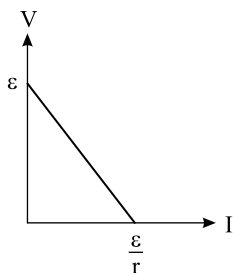
(تجربی - خرداد ۸۹)

ب) با استفاده از قانون پایستگی بار توضیح دهید چرا در مدار تک حلقه شدت جریان در همه‌ی قسمت‌های مدار یکسان است؟



راه حل:

(الف) با توجه به شکل نمودار مقابل، نیروی محرکه‌ی پیل برابر خواهد شد با:



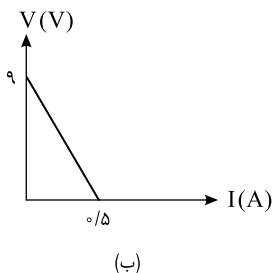
$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{I=0} V = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 6 \text{ V}$$

(ب) زیرا بار نه به وجود می‌آید و نه از بین می‌رود. پس از هر مقطع مدار در زمان مساوی، یک مقدار بار عبور می‌کند.

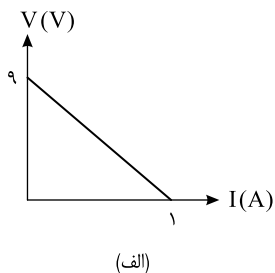
● مسأله (الف) آزمایشی طراحی کنید که بتوان از آن قانون اهم را نتیجه گرفت.

(تجربی - خرداد ۸۵)

(ب) نمودار تغییرات ولتاژ دو قطب باتری بر حسب شدت جریان عبوری از آن برای دو باتری مختلف در شکل‌های (الف) و (ب) نشان داده شده است. توضیح دهید این دو باتری چه تشابه و چه تفاوتی با یکدیگر دارند؟



(ب)



(الف)

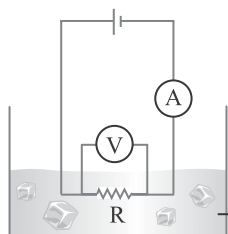
راه حل:

(الف) وسایل آزمایش: مقاومت R ، ولت‌سنج، آمپرسنج، چند باتری با ولتاژهای متفاوت، ظرف بزرگی محتوی آب و یخ در تعادل، کلید قطع و وصل، سیم رابط

شرح: مداری مطابق شکل به طوری که ولت‌سنج موازی و آمپرسنج متوالی باشد را می‌بندیم. باتری اول را در مدار می‌گذاریم. ولتاژ و جریان را به وسیله‌ی ولت‌سنج و آمپرسنج می‌خوانیم. نسبت $\frac{V_1}{I_1}$ را محاسبه می‌کنیم. آزمایش را تکرار می‌کنیم. این بار باتری دوم

را در مدار می‌گذاریم و نسبت $\frac{V_2}{I_2}$ را به دست می‌آوریم. با قرار دادن مقاومت در مخلوط آب و یخ دما را ثابت نگه می‌داریم.

نتیجه: خواهیم دید در دمای ثابت همواره $\frac{V}{I}$ مقدار ثابتی است که همان R می‌باشد.



مخلوط آب و یخ در حال تعادل

(ب) نیروی محرکه‌ی هر دو باتری ۹V است، اما مقاومت درونی باتری شکل (الف) برابر است با:

$$\frac{\varepsilon_1}{r_1} = 1 \Rightarrow \frac{9}{r_1} = 1 \Rightarrow r_1 = 9 \Omega$$

مقاومت درونی باتری شکل (ب) برابر است با:

$$\frac{\varepsilon_2}{r_2} = 0.5 \Rightarrow \frac{9}{r_2} = 0.5 \Rightarrow r_2 = 18 \Omega$$

مقاومت درونی باتری (الف) کم‌تر از مقاومت درونی باتری (ب) است.

● مسأله چرا با فرسوده شدن باتری قلمی، افت پتانسیل باتری افزایش می‌یابد؟

(تجربی ۸۲)

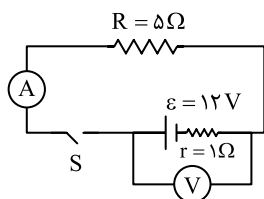
راه حل:

هنگامی که باتری فرسوده می‌شود، مقاومت درونی آن افزایش می‌یابد و در نتیجه افت پتانسیل باتری افزایش می‌یابد.

● مسأله در مدار روبه‌رو آمپرسنج و ولت‌سنج چه عددی‌هایی را نشان خواهند داد، اگر:

(الف) کلید S باز باشد.

(ب) کلید S بسته باشد.



راه حل:

(الف) اگر کلید S باز باشد، جریانی در مدار برقرار نمی‌شود و در مولد افت پتانسیل نداریم ($\varepsilon - V = I \times r = 0$). در این صورت آمپرسنج، صفر آمپر و ولت‌سنج، ۱۲ ولت را نشان می‌دهد.

(ب) اگر کلید S بسته باشد:

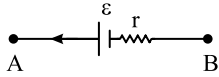
$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}, \quad V = \varepsilon - Ir = 12 - 2 \times 1 = 10 \text{ V}$$

آمپرسنج ۲ A را نشان می‌دهد و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولد یعنی ۱۰ V را نشان می‌دهد.

- **مسئله** در شکل‌های زیر که قسمتی از یک مدار است، نمودار تغییرات ولتاژ دو سر مولد را بر حسب شدت جریانی که از آن می‌گذرد به طور کیفی رسم کنید.



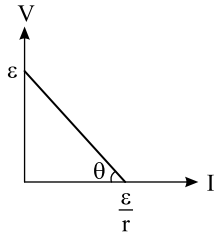
راه‌حل: (الف) حرکت از B به A:



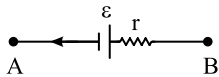
$$V_B - Ir + \varepsilon = V_A \Rightarrow V = \varepsilon - Ir$$

در این حالت باتری، مولد است و جریان مدار را تامین می‌کند:

$$\begin{cases} I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon \\ V = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

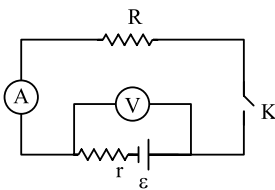
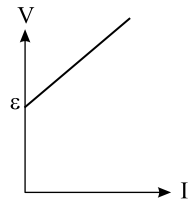


(ب) حرکت از A به B:



$$V_B - Ir - \varepsilon = V_A \Rightarrow V = \varepsilon + Ir$$

در این حالت باتری، شبیه یک مصرف کننده در مدار است:



- **مسئله** در یک آزمایش مداری مطابق شکل بسته می‌شود. هنگامی که کلید باز است، ولت‌سنج عدد ۹ ولت را نشان می‌دهد و زمانی که کلید بسته است، مقادیری که توسط ولت‌سنج و آمپر سنج خوانده می‌شود، به ترتیب ۸ ولت و ۱ آمپر است. مقاومت درونی این باتری چند اهم است؟

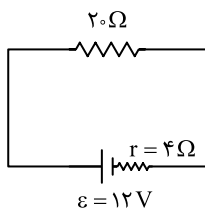
(ریاضی - خرداد ۹۰)

راه‌حل: وقتی کلید باز است، ولت‌سنج نیروی محرکه‌ی پیل را نشان می‌دهد ($\varepsilon = 9V$).

وقتی کلید بسته است و $I = 1A$ و $V = 8V$ می‌باشد، می‌توان به کمک رابطه‌ی زیر، مقاومت درونی مولد را به دست آورد:

$$\varepsilon - V = I \times r \Rightarrow 9 - 8 = 1 \times r \Rightarrow r = 1 \Omega$$

- **مسئله** در مدار مقابل، افت پتانسیل در باتری چند ولت است؟



راه‌حل: از مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی افت پتانسیل خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \varepsilon - V = Ir \\ \varepsilon - IR = Ir \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = I(R + r) \Rightarrow I_t = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow I_t = \frac{12}{20 + 4} = 0.5 A$$

$$I \times r = 0.5 \times 4 = 2 V \text{ افت پتانسیل}$$

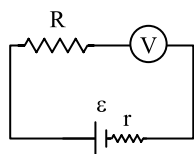
- **مسئله** در چه مواردی در مولد، افت پتانسیل نخواهیم داشت؟

$$\varepsilon - V = I \times r \xrightarrow{r=0} \varepsilon = V$$

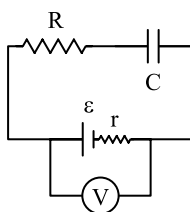
$$\varepsilon - V = I \times r \xrightarrow{I=0} \varepsilon = V$$

راه‌حل: (۱) مقاومت درونی صفر باشد (مولد ایده‌آل باشد):
(۲) جریان الکتریکی در مدار صفر باشد، یعنی مقاومت خارجی مدار بسیار زیاد باشد:

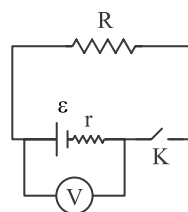
حالت‌های زیر نمونه‌هایی از مقاومت خارجی بسیار بزرگ را نشان می‌دهند.



$$I = 0$$



$$I = 0$$



$$I = 0$$

الف) کلید مدار باز باشد. ب) در مدار خازن متوالی با مقاومت قرار داشته باشد. پ) ولت‌سنج ایده‌آل (اشتباه) به صورت متوالی در مدار قرار بگیرد.

● مسأله اگر پایه‌های یک مولد را فقط به دو سر یک ولت‌سنج ببندیم، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد چه کمیتی است؟

(ریاضی - خرداد ۹۱)

راه‌حل: مقاومت درونی ولت‌سنج زیاد است و در نتیجه جریانی در مدار برقرار نمی‌شود:

$$V = \varepsilon - I \times r \xrightarrow{I=0} V = \varepsilon$$

بنابراین ولت‌سنج همان نیروی محرکه را نشان می‌دهد.

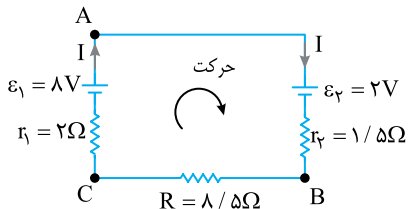
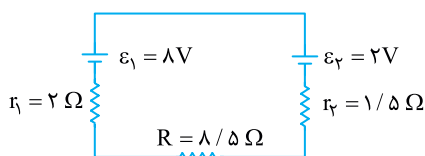
● مسأله در مدار شکل روبه‌رو:

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.

پ) توان خروجی باتری ۱ و توان ورودی باتری ۲ را به‌دست آورید.

ت) قانون پایستگی انرژی را در این موارد بررسی کنید.



راه‌حل: الف) با مقایسه نیروهای محرکه‌ی الکتریکی دو باتری ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2$) جهت جریان در مدار ساعتگرد است. با حرکت ساعتگرد در مدار خواهیم داشت:

$$V_A - \varepsilon_2 - I r_2 - I R - I r_1 + \varepsilon_1 = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} = \frac{6}{12} \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

ب) برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) با حرکت از نقطه‌ی C به سمت A داریم:

$$V_C - I r_1 + \varepsilon_1 = V_A \Rightarrow V = \varepsilon_1 - I r_1 = 8 - (0.5 \times 2) = 7 \text{ V}$$

برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) از نقطه‌ی A به سمت B حرکت می‌کنیم:

$$V_A - \varepsilon_2 - I r_2 = V_B \Rightarrow V = \varepsilon_2 + I r_2 = 2 + (0.5 \times 1/5) = 2.1 \text{ V}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon_1 I - I^2 r_1 = (8 \times 0.5) - (2 \times 0.25) = 3.5 \text{ W}$$

پ) توان خروجی باتری (۱):

توان باتری (۲): با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲)، به‌صورت $V_2 = \varepsilon_2 + I r_2$ است، باتری (۲) انرژی مصرف می‌کند و توان ورودی آن از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{\text{ورودی}} = (IV) = \varepsilon_2 I + I^2 r_2 = (2 \times 0.5) + (0.25 \times 1/5) = 1.05 \text{ W}$$

* نکته: این همان اتفاقی است که هنگام اتصال یک باتری به شارژر روی می‌دهد. شارژر به باتری انرژی الکتریکی می‌دهد. بخشی از این انرژی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود و بقیه‌ی آن در مقاومت درون باتری تلف می‌شود و باتری را گرم می‌کند.

$$P_R = R I^2 = 8 \times 0.25 = 2 \text{ W}$$

ت) نتایج مثال بالا با پایستگی انرژی سازگار است.

$$P_{\text{توان خروجی باتری ۱}} = 3.5 \text{ W} \Rightarrow 2.1 + 1.05 + 2 = 3.5 \text{ W}$$

- **مسئله** مقاومت سیم فیلامان یک گرم کن برقی 100Ω و جریانی که از آن می‌گذرد برابر $10A$ است. انرژی مصرفی این گرم کن در مدت 20 دقیقه، چند ژول است؟

راه حل: با توجه به رابطه‌ی انرژی مصرفی در مقاومت می‌توان نوشت:

$$U = I^2 R t = (10)^2 \times 100 \times (20 \times 60) = 12 \times 10^6 \text{ J}$$

- **مسئله** روی یک لامپ روشنایی دو عبارت $250V$ و $2000W$ ثبت شده است. اگر این لامپ را به اختلاف پتانسیل $250V$ وصل کنیم، چه شدت جریانی از لامپ می‌گذرد؟ اگر این لامپ 5 شبانه‌روز روشن باشد، چند کیلووات ساعت انرژی مصرف می‌کند؟

راه حل:

$$P = IV \Rightarrow 2000 = I \times 250 \Rightarrow I = \frac{2000}{250} = 8 \text{ A}$$

$$P = 2000 \text{ W} = 2 \text{ kW}, \quad t = 5 \times 24 \text{ h}, \quad \underset{\text{kWh}}{U} = \underset{\text{kW}}{P} \times \underset{\text{h}}{t} \Rightarrow U = 2 \times 5 \times 24 = 240 \text{ kWh}$$

- **مسئله** در دو سر یک سیم نیکروم به طول 5 متر و سطح مقطع $4/^\circ$ میلی‌متر مربع، اختلاف پتانسیل 200 ولت را برقرار کرده‌ایم. در هر نیم ساعت چند کیلوژول انرژی الکتریکی در این سیم به انرژی درونی تبدیل می‌شود؟ (مقاومت ویژه نیکروم $1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ است.)

راه حل: ابتدا مقاومت سیم را به دست می‌آوریم:

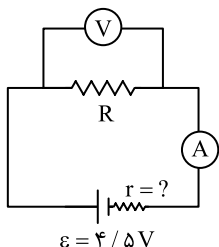
$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow R = 1 \times 10^{-6} \times \frac{5}{^\circ/4 \times 10^{-6}} = 12/5 \Omega$$

اکنون توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(200)^2}{12/5} = \frac{4 \times 10^4}{12/5} = 3200 \text{ W} = 3/2 \text{ kW}$$

حال می‌توان انرژی را بر حسب کیلوژول به دست آورد:

$$\underset{\text{kJ}}{U} = \underset{\text{kW}}{P} \times \underset{\text{s}}{t} \Rightarrow U = 3/2 \times 0/5 \times 3600 = 5400 \text{ kJ}$$



- **مسئله** در مدار شکل روبه‌رو آمپرسنج $5/^\circ A$ و ولت‌سنج $4V$ را نشان می‌دهد:

(الف) مقاومت R را محاسبه کنید.

(ب) توان مصرف شده در مقاومت R و توان تولیدی مولد را محاسبه کنید.

(پ) افت پتانسیل در مولد را محاسبه کنید.

(ت) مقاومت درونی مولد را محاسبه کنید.

راه حل:

$$V = I \times R \Rightarrow 4 = 5/^\circ \times R \Rightarrow R = 8 \Omega$$

(الف)

$$P_{\text{مصرفی}} = I \times V \Rightarrow P = 5/^\circ \times 4 \Rightarrow P = 2 \text{ W}, \quad P_{\text{تولیدی}} = I \times \varepsilon \Rightarrow P = 5/^\circ \times 4/5 \Rightarrow P = 2/25 \text{ W}$$

(ب)

$$\text{افت پتانسیل مولد} = \varepsilon - V = 4/5 - 4 = 0/5 \text{ V}$$

(پ)

$$\text{افت پتانسیل مولد} = I \times r \Rightarrow 0/5 = 5/^\circ \times r \Rightarrow r = 1 \Omega$$

(ت)

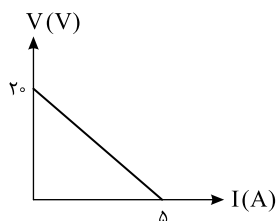
- **مسئله** دو سر یک مقاومت 14 اهمی را به یک باتری با نیروی محرکه‌ی ε و مقاومت درونی 1Ω می‌بندیم، شدت جریان در مدار $5/^\circ$ آمپر می‌شود. اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی مولد و توان تلف شده در مولد را محاسبه کنید.

راه حل: با استفاده از رابطه‌ی جریان، نیروی محرکه را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_t + r} \Rightarrow 5/^\circ = \frac{\varepsilon}{14 + 1} \Rightarrow \varepsilon = 7/5 \text{ V}$$

$$\text{توان تلف شده در مولد} = I^2 \times r \Rightarrow (5/^\circ)^2 \times 1 = 0/25 \text{ W}$$

تمرین‌های تکمیلی

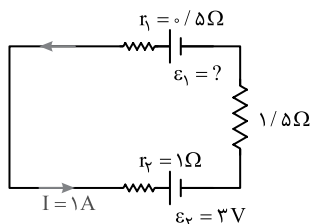


۱۳- نمودار تغییرات ولتاژ بر حسب شدت جریان گذرنده از یک مولد به صورت مقابل است:

الف) نیروی محرکه و مقاومت درونی مولد چقدر است؟

ب) در حالتی که ولتاژ مولد $\frac{1}{4}$ نیروی محرکه است، مقاومت خارجی R و افت پتانسیل در مولد

چقدر است؟



(تجربی - خرداد ۹۰)

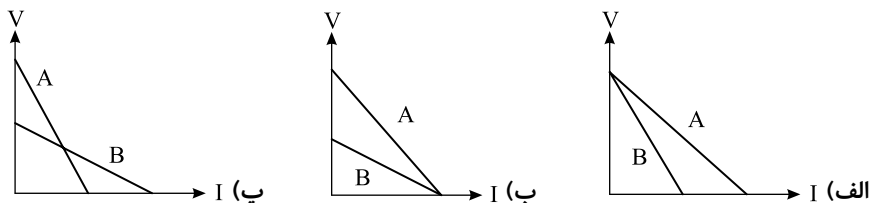
۱۴- در مدار شکل مقابل:

الف) مقدار ϵ_1 چقدر است؟

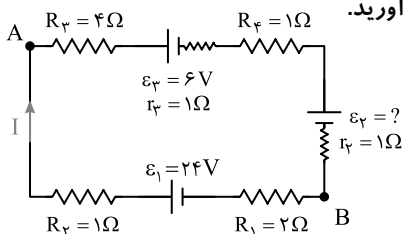
ب) توان مفید مولد (یا توان خروجی) ϵ_2 را محاسبه کنید.

۱۵- اگر جریان $3A$ وارد قطب منفی مولدی شود، اختلاف پتانسیل دو سر آن $10V$ و اگر جریان $1A$ وارد قطب مثبت آن شود، اختلاف پتانسیل دو سر آن $12V$ می‌شود. نیروی محرکه و مقاومت درونی مولد را محاسبه کنید.

۱۶- نیروی محرکه و مقاومت درونی دو مولد A و B را با توجه به نمودارهای زیر در هر حالت مقایسه کنید.



۱۷- در مدار شکل مقابل اگر $V_B - V_A = -19/2V$ باشد، نیروی محرکه ϵ_2 را به دست آورید.



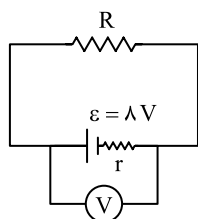
۱۸- توان مصرفی یک لامپ کوچک $12V$ ، $6W$ است. اگر این لامپ به اختلاف پتانسیل $6V$ وصل شود، توان مصرفی آن چند وات خواهد بود؟

۱۹- مقاومت یک سیم گرم کن بخاری برقی 100Ω و شدت جریان عبوری از آن $2A$ است. در مدت 20 دقیقه چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی در آن مصرف می‌شود؟

۲۰- یک لامپ روشنایی در هر شبانه‌روز 8 ساعت روشن می‌شود. مقاومت رشته‌ی درون آن 500Ω است و با ولتاژ $200V$ روشن می‌شود. قیمت برق مصرفی ماهانه‌ی آن از قرار هر کیلووات ساعت 200 تومان چقدر می‌شود؟

۲۱- مقاومت یک لامپ با مشخصات $100W$ و $220V$ را در دمای $20^\circ C$ با اهم‌سنجی اندازه گرفته‌ایم، $48/4\Omega$ شده است. اگر آن را با اختلاف پتانسیل $220V$ روشن کنیم، دمای سیم درون لامپ چند درجه‌ی سلسیوس خواهد شد؟ ($\alpha = 45 \times 10^{-4} \frac{1}{K}$ ، α را ثابت فرض کنید).

۲۲- توان خروجی مولدی $\frac{3}{4}$ توان تولیدی آن است. مقاومت خارجی مدار چند برابر مقاومت درونی مولد است؟



۲۳- در مدار شکل مقابل ولت‌سنج $5V$ را نشان می‌دهد. بازده مولد را محاسبه کنید.

پاسخ تمرین‌های تکمیلی

$$\Delta q = \bar{I} \times \Delta t \Rightarrow \frac{Y_0}{Ah} = \frac{r}{A} \times \frac{\Delta t}{h} \Rightarrow \Delta t = \frac{Y_0}{r} = 2/5 \text{ h}$$

پاسخ ۱

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 0 \\ t_2 = 3 \Rightarrow q_2 = r(3)^2 - 3 = 15 \text{ C} \end{cases} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{15-0}{3-0} = 5 \text{ A}$$

پاسخ ۲

الف) کره‌ها مشابه هستند و پس از اتصال توسط سیم، بار آن‌ها برابر می‌شود:

پاسخ ۳

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{12 + (-2)}{2} = 5 \text{ mC}$$

$$\Delta q = |q'_2 - q_2| = |q'_1 - q_1| = |5 - (-2)| = |5 - 12| = 7 \text{ mC}$$

جهت شارش بار از کره‌ای که بار آن در ابتدا $q_1 = 12 \text{ mC}$ بوده به سوی کره‌ی دیگر است.

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{7 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3}} = 7 \text{ A}$$

ب)

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow \lambda = \frac{q}{e} \Rightarrow q = 480 \text{ C}, \quad q = ne \Rightarrow 480 = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3 \times 10^{21}$$

پاسخ ۴

$$\text{جرم و حجم سیم ثابت است} \Rightarrow A'l' = Al \Rightarrow A' \frac{1}{3} = Al \Rightarrow A' = 3A$$

پاسخ ۵

$$\frac{R'}{R} = \frac{l'}{l} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{9} = \frac{3}{1} \times \frac{A}{3A} \Rightarrow \frac{R'}{9} = \frac{1}{9} \Rightarrow R' = 1 \Omega$$

جرم و حجم سیم ثابت است، اما طول آن کوتاه‌تر و سطح مقطع سیم تا زده بیش‌تر می‌شود:

پاسخ ۶

$$A'l' = Al \xrightarrow{l' = \frac{1}{n}} A' \frac{1}{n} = Al \Rightarrow A' = nA$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{l'}{l} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{n}{1} \times \frac{A}{nA} = \frac{1}{n^2}$$

پاسخ ۷

$$R_2 = 0.8 R_1 \Rightarrow R_{\theta_2} = R_{\theta_1} (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 0.8 R_1 = R_1 + R_1 \alpha \times 400 \Rightarrow -0.2 R_1 = R_1 \alpha \times 400 \Rightarrow \alpha = -5 \times 10^{-4} \frac{1}{K}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود $\alpha < 0$ به‌دست آمده است. نیم‌رساناها دارای ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی منفی هستند و بر اثر افزایش دما، مقاومت آن‌ها کاهش می‌یابد.

$$V_{Cu} = 2V_{Fe} \Rightarrow (A \cdot l)_{Cu} = 2(A \cdot l)_{Fe} \Rightarrow A_{Cu} \times l_{Fe} = 2A_{Fe} \times l_{Fe} \Rightarrow A_{Cu} = \frac{1}{2} A_{Fe}$$

پاسخ ۸

$$\frac{R_{Fe}}{R_{Cu}} = \frac{l_{Fe}}{l_{Cu}} \times \frac{\rho_{Fe}}{\rho_{Cu}} \times \frac{A_{Cu}}{A_{Fe}} \Rightarrow \frac{R_{Fe}}{R_{Cu}} = \frac{l_{Fe}}{4l_{Fe}} \times \frac{\rho_{Fe}}{\frac{1}{8}\rho_{Fe}} \times \frac{\frac{1}{2}A_{Fe}}{A_{Fe}} = \frac{5}{8} \Rightarrow R_{Fe} = \frac{5}{8} R_{Cu}$$

پاسخ ۹

$$R = 0.62 \text{ k}\Omega = 62 \Omega \Rightarrow R = 62 \times 10^0 \xrightarrow{R = ab \times 10^c} \begin{cases} a = 6 \rightarrow \text{آبی} \\ b = 2 \rightarrow \text{قرمز} \\ c = 0 \rightarrow \text{سیاه} \end{cases}$$

$$R = ab \times 10^c \Rightarrow R = 55 \times 10^2 = 5500 \Omega$$

پاسخ ۱۰

دقت کنید که چون مدار توسط خروجی پایین بسته شده است، در هر صورت جریان از تمام سیم عبور می‌کند و لغزنده کاربردی

پاسخ ۱۱

ندارد و مقاومت مدار ثابت بوده و جریان ثابت می‌ماند.

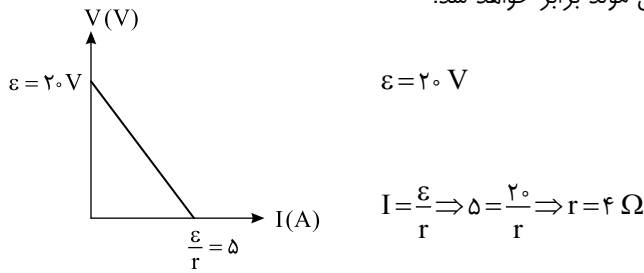
پاسخ ۱۲

سطح زیر نمودار $I-t$ از لحظه‌ی $t=0$ تا $t=9s$ برابر مقدار بار شارش شده از هر مقطع رسانا در مدت ۹ ثانیه است:

$$S = \frac{Y+9}{2} \times 4 = 32 \Rightarrow \Delta q = 32 C, \quad q = ne \Rightarrow 32 = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2 \times 10^{20}$$

پاسخ ۱۳

(الف) با توجه به نمودار، نیروی محرکه و مقاومت درونی مولد برابر خواهد شد:



(ب) راه حل اول:

$$\text{افت پتانسیل} = \varepsilon - V \xrightarrow{V = \frac{1}{4}\varepsilon} \varepsilon - \frac{1}{4}\varepsilon = \frac{3}{4}\varepsilon = 1.5 V$$

$$\text{افت پتانسیل} = I \times r \Rightarrow 1.5 = I \times 4 \Rightarrow I = \frac{1.5}{4} = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \frac{1.5}{4} = \frac{2.0}{R+4} \Rightarrow 1.5(R+4) = 8 \Rightarrow 1.5R + 6 = 8 \Rightarrow R = \frac{2.0}{1.5} \Rightarrow R = \frac{4}{3} \Omega$$

راه حل دوم: محاسبه‌ی V و I مانند راه حل اول است، برای محاسبه‌ی R می‌توان نوشت:

$$\varepsilon - I_r = V \Rightarrow 2.0 - 1.5 = V = \varepsilon, \quad R = \frac{V}{I} = \frac{1.5}{\frac{1.5}{4}} = \frac{2.0}{1.5} = \frac{4}{3} \Omega$$

پاسخ ۱۴

(الف) با توجه به قانون ولتاژها، ε_1 را حساب می‌کنیم:

$$-I_r - \varepsilon_r - IR + \varepsilon_1 - I_r = 0 \Rightarrow -1 \times 1 - 3 - 1 \times 1 / 5 + \varepsilon_1 - 1 \times 0 / 5 = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = 6 V$$

(ب) توان خروجی مولد، برابر است با:

$$P = I\varepsilon - I^2 r \Rightarrow P = 3 \times 1 - 1 \times 1^2 \Rightarrow P = 2 W$$

پاسخ ۱۵

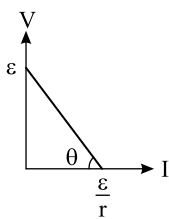
اگر جریان از قطب مثبت مولد خارج شود، $V_1 = \varepsilon - Ir$ است و اگر جریان وارد قطب مثبت مولد شود، $V_1 = \varepsilon + Ir$ است،

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 1.0 = \varepsilon - 3r \\ 1.2 = \varepsilon + r \end{cases} \Rightarrow -2 = -4r \Rightarrow r = 0.5 \Omega, \quad 1.0 = \varepsilon - 3 \times 0.5 / 5 \Rightarrow 1.0 = \varepsilon - 0.9 \Rightarrow \varepsilon = 1.9 V$$

پاسخ ۱۶

ابتدا نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد بر حسب جریان را رسم می‌کنیم:



$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \begin{cases} I=0 \Rightarrow V=\varepsilon \\ V=0 \Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

$$\tan \theta = \text{شیب نمودار} = \frac{\text{الغ مقابل}}{\text{الغ مجاور}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{r}} \Rightarrow \tan \theta = r$$

(الف) با توجه به نمودار، $\varepsilon_A = \varepsilon_B$ و داریم:

$$\frac{\varepsilon_A}{r_A} > \frac{\varepsilon_B}{r_B} \xrightarrow{\varepsilon_A = \varepsilon_B} r_B > r_A$$

(ب) با توجه به نمودار، $\varepsilon_A > \varepsilon_B$ و داریم:

$$\frac{\varepsilon_A}{r_A} = \frac{\varepsilon_B}{r_B} \xrightarrow{\varepsilon_A > \varepsilon_B} r_A > r_B$$

(پ) با توجه به نمودار، $\varepsilon_A > \varepsilon_B$ و داریم:

$$\begin{cases} \tan \theta_B = \frac{y_B}{x_B} \\ \tan \theta_A = \frac{y_A}{x_A} \end{cases} \Rightarrow \tan \theta_B < \tan \theta_A \Rightarrow r_B < r_A$$

پاسخ ۱۷ در شاخه‌ی پایین از B به A حرکت می‌کنیم:

$$V_B - IR_1 + \varepsilon_1 - IR_r = V_A \Rightarrow -2I + 24 - I = 19/2 \Rightarrow -3I = -4/8 \Rightarrow I = 1/6 A$$

در شاخه‌ی بالا از B به A حرکت می‌کنیم:

$$V_B + \varepsilon_r + Ir_r + IR_r + Ir_r + \varepsilon_r + IR_r = V_A \Rightarrow -19/2 + \varepsilon_r + 1 \times (1/6) + 1 \times (1/6) + 1 \times (1/6) + 6 + 4 \times (1/6) = 0$$

$$\Rightarrow -19/2 + 17/2 + \varepsilon_r = 0 \Rightarrow \varepsilon_r = 2 V$$

پاسخ ۱۸ مقاومت لامپ ثابت فرض می‌شود. توان را در دو حالت نوشته شده بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{\frac{V'^2}{R}}{\frac{V^2}{R}} = \frac{V'^2}{V^2} \Rightarrow \frac{P'}{6} = \frac{(6)^2}{(12)^2} \Rightarrow P' = 1/5 W \\ P' = \frac{V'^2}{R} \end{cases}$$

پاسخ ۱۹ توان مصرفی سیم گرم کن بخاری را به دست می‌آوریم:

$$P = I^2 \times R = 4 \times 100 = 400 W$$

$$\frac{U}{kWh} = \frac{P}{kW} \times t \Rightarrow U = \frac{400}{1000} \times \frac{2}{60} \Rightarrow U = \frac{4}{30} kWh$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(200)^2}{500} = \frac{4 \times 10^4}{500} = 80 W$$

پاسخ ۲۰

$$\frac{U}{kWh} = \frac{P}{kW} \times t \Rightarrow U = \frac{80}{1000} \times 30 \times 24 = 576 kWh$$

انرژی مصرفی ماهانه ۱۹/۲ kWh

تومان ۱۹/۲ × ۲۰۰ = ۳۸۴۰ = بهای برق مصرفی ماهانه

پاسخ ۲۱ مقاومت لامپ را هنگام روشن بودن لامپ به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{(220)^2}{R} \Rightarrow R = 484 \Omega$$

اهم‌سنج مقاومت لامپ خاموش را اندازه می‌گیرد (R_{θ})، بنابراین:

$$R_{\theta_r} = R_{\theta_1} (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 484 = 484 / (1 + 45 \times 10^{-4} \times \Delta \theta) \Rightarrow \Delta \theta = 2000^\circ C$$

$$\Delta \theta = \theta_r - \theta_1 \Rightarrow 2000 = \theta_r - 20 \Rightarrow \theta_r = 2020^\circ C$$

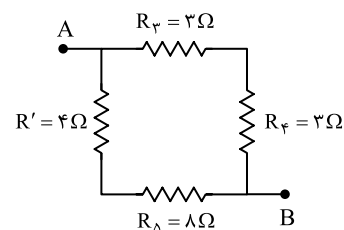
پاسخ ۲۲ با توجه به رابطه‌ی توان خروجی و توان تولیدی می‌توان نوشت:

$$P = I\varepsilon - I^2 r = \frac{3}{4} \times I \times \varepsilon \Rightarrow I\varepsilon - \frac{3}{4} I\varepsilon = I^2 r \Rightarrow \frac{1}{4} I\varepsilon = I^2 r \Rightarrow \frac{1}{4} \varepsilon = Ir \Rightarrow \frac{1}{4} \varepsilon = \frac{\varepsilon}{R+r} r \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{r}{R+r} \Rightarrow R+r=4r \Rightarrow R=3r$$

پاسخ ۲۳

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان تولیدی}} = \frac{I\varepsilon - I^2 r}{I\varepsilon} = \frac{I(\varepsilon - Ir)}{I\varepsilon} \Rightarrow Ra = \frac{V}{\varepsilon} \Rightarrow Ra = \frac{5}{8} = 0.625 = 62.5\%$$

پاسخ ۲۴ الف)



$$R_1, R_2: \text{موازی} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 12}{18} = 4 \Omega$$

$$R_3, R_4: \text{متوالی} \Rightarrow R_{34} = 6 \Omega, R_{12}, R_{34}: \text{متوالی} \Rightarrow R_{1234} = 12 \Omega$$

$$R_{1234}, R_r: \text{موازی} \Rightarrow R_{eq} = \frac{6 \times 12}{18} = 4 \Omega$$

$$R' = \frac{R}{n} = \frac{6}{3} = 2 \Omega$$

ب) هر سه مقاومت ۶ Ω، موازی، بنابراین:

$$R_{eq} = 4 \Omega$$

R' و مقاومت ۲ Ω متوالی، بنابراین: