



A ساده
B متوسط
C دشوار

فصل نهم: الکتریسیته‌ی جاری – جریان مستقیم (آموزشی)

A ۱۷۴۴- گزینه‌ی (۳) با توجه به رابطه‌ی $q = It$ ، کولن معادل آمپر ثانیه است.

B ۱۷۴۵- گزینه‌ی (۳) در یک رسانا که بار الکتریکی به آن داده شده بار روی سطح خارجی پخش می‌شود و پتانسیل الکتریکی تمام نقاط یکسان بوده و میدان الکتریکی درون جسم صفر است ولی در رسانایی که جریان الکتریکی وجود دارد، جریان به دلیل میدانی است که توسط باتری در رسانا ایجاد شده است. پس در این حالت میدان رسانا صفر نیست و پتانسیل الکتریکی نقاط مختلف یکسان نیست، الکترون‌ها دارای بار منفی بوده و خلاف جهت میدان حرکت می‌کنند. یعنی از پتانسیل الکتریکی کم‌تر به بیش‌تر می‌روند.

A ۱۷۴۶- گزینه‌ی (۴) با توجه به رابطه‌ی $q = It$ و $q = ne$ می‌توان نوشت: $It = ne \Rightarrow 1 \times 1 = n \times 1 / 6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 6 / 25 \times 10^{18}$

A ۱۷۴۷- گزینه‌ی (۴) به طور کلی شدت جریان به دو صورت لحظه‌ای و متوسط به صورت روبه‌رو محاسبه می‌شود.

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ لحظه‌ای}$$

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I} = \frac{(2 \times 3)^2 + 4 - (2 \times 0)^2 + 4}{3} = \frac{18}{3} = 6A$$

راه حل تستی: در تابع‌های خطی یا متغیرهایی که معادله آن‌ها به صورت درجه اول است چنانچه بخواهیم متوسط یا میانگین آن‌ها را حساب کنیم، می‌توان مقدار آن را به ازای نقطه‌ی انتهایی بازه و نقطه‌ی ابتدای بازه محاسبه کرده، سپس با هم جمع کرده و بر ۲ تقسیم کنیم. مثلاً در این تست

می‌دانیم $I = \frac{dq}{dt}$ و می‌خواهیم متوسط آن را در بازه ی $[0, 3]$ ثانیه به دست بیاوریم:

$$\Rightarrow I = 4t \xrightarrow{\text{تابع خطی}} \bar{I} = \frac{4 \times 3 + 4 \times 0}{2} = 6A$$

A ۱۷۴۸- گزینه‌ی (۲) ابتدا جریان مستقیم را از روی کتاب تعریف می‌کنیم:

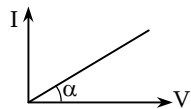
«اگر در تمام بازه‌های زمانی شدت جریان متوسط ثابت بماند جریان را مستقیم می‌نامند.»

با توجه به تعریف بالا I مقدار ثابتی است و با توجه به رابطه‌ی $q = It$ این معادله یک خط است که تنها گزینه‌ی (۲) در شرایط ذکر شده صدق می‌کند. شیب نمودار بار خالص عبوری بر حسب زمان برابر شدت جریان الکتریکی است.

A ۱۷۴۹- گزینه‌ی (۴) بنا به قانون اهم، نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانای فلزی به شدت جریانی که از آن می‌گذرد، در دمای ثابت، مقدار ثابتی است. این نسبت را مقاومت الکتریکی رسانا می‌نامند و یکای آن اهم با نماد Ω است.

$$\frac{V}{I} = R$$

اگر نمودار جریان الکتریکی بر حسب اختلاف پتانسیل ($I - V$) را رسم کنیم، خطی راست با شیب $\frac{1}{R}$ است.



$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} = \frac{4/5 \times 10^{20} \times 1/6 \times 10^{-19}}{1/5 \times 60} = 0.8A$$

$$V = RI = 20 \times 0.8 = 16V$$

A ۱۷۵۰- گزینه‌ی (۱)

$$R_A = \frac{V_A}{I_A} = \frac{10}{2} = 5\Omega, \quad R_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{20}{2} = 10\Omega \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{10}{5} = 2$$

A ۱۷۵۱- گزینه‌ی (۲) با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{V}{I_1} = \frac{V}{2} \\ R_2 &= \frac{V}{I_2} = \frac{V}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{V}{3}}{\frac{V}{2}} = \frac{2}{3}$$

۱۷۵۲- گزینه‌ی (۱) A با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت $R = \rho \frac{\ell}{A}$ ، R را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{1/68 \times 10^{-8} \times 1/2}{0.42 \times 10^{-6}} = 0.48 \Omega$$

۱۷۵۳- گزینه‌ی (۳) B ابتدا با توجه به داده‌های مسئله رابطه‌ی بین مساحت مقطع دو سیم را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} m_A = \epsilon m_B \rightarrow \rho'_A V_A = \epsilon \rho'_B V_B \\ \rho'_A = \rho'_B \\ V_A = A_A L_A \\ V_B = A_B L_B \\ L_A = 3 L_B \end{array} \right\} \Rightarrow A_A \times 3 L_B = \epsilon A_B L_B \Rightarrow A_A = 2 A_B$$

حال به کمک رابطه‌ی ساختمانی مقاومت، نسبت مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho'_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho'_B \frac{L_B}{A_B}} = \frac{3 L_B}{2 A_B} = \frac{3}{2}$$

۱۷۵۴- گزینه‌ی (۲) A با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت خواهیم داشت:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{R \cdot A}{L} \Rightarrow \rho \text{ یکای } = \frac{\Omega \cdot m^2}{m} = \Omega \cdot m$$

۱۷۵۵- گزینه‌ی (۳) B با ثابت ماندن حجم ($V = A\ell$)، به هر نسبت که طول را زیاد کنیم به همان نسبت مساحت مقطع سیم کم می‌شود، پس

مساحت $\frac{1}{5}$ می‌شود. در رابطه‌ی $R = \frac{\rho L}{A}$ ، صورت کسر ۵ برابر و مخرج $\frac{1}{5}$ برابر شده و مقاومت ۲۵ برابر می‌شود.

۱۷۵۶- گزینه‌ی (۳) B مساحت سطح مقطع سیم از رابطه‌ی $A = \pi \frac{D^2}{4}$ به دست می‌آید که در آن D قطر مقطع سیم است. پس:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2 \frac{\ell_2}{A_2}}{\rho_1 \frac{\ell_1}{A_1}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

دو سیم هم جنس و مقاومت آن‌ها برابر است ($R_2 = R_1$ و $\rho_2 = \rho_1$):

$$1 = 1 \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \frac{\ell_2}{\ell_1} = 2 \Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \sqrt{2}$$

۱۷۵۷- گزینه‌ی (۲) B جرم دو سیم برابر و دو سیم هم جنس هستند پس چگالی آن‌ها یکی است و حجم آن‌ها نیز یکی است.

$$\left. \begin{array}{l} m_A = m_B \Rightarrow \rho'_A V_A = \rho'_B V_B \\ \rho'_A = \rho'_B: \text{هم جنس} \end{array} \right\} \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} L_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} L_2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1 L_1}{\rho_2 L_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{D_2^2}{D_1^2} \times \frac{\pi D_1^2}{\pi D_2^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4$$

۱۷۵۸- گزینه‌ی (۲) A

$$R = ab \times 10^{-8} = 65 \times 10 = 650 \Omega$$

روی مقاومت‌ها چهار خط رنگی وجود دارد. اگر مقاومت را طوری نگه داریم که در سمت راست خط نقره‌ای یا طلایی که مشخص کننده تِلرانس (ضریب

خطا) است قرار گیرد، از سمت چپ به ترتیب اولین رنگ دهگان (a)، دومین رنگ یکان (b) و سومین رنگ توان 10^{-n} (n) می‌باشند.

۱۷۵۹- گزینه‌ی (۳) A رقم اول، یعنی عدد ۲ مربوط به رنگ قرمز و رقم دوم که صفر است مربوط به سیاه و رقم سوم یعنی n نیز باید صفر باشد که

مربوط به رنگ سیاه است.

A ۱۷۶۰- گزینه‌ی (۲)

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_1 \Delta \theta} \Rightarrow \alpha \text{ واحد } = \frac{1}{K} \text{ یا } \frac{1}{^{\circ}C}$$

A ۱۷۶۱- گزینه‌ی (۳) می‌دانیم تغییرات مقاومت الکتریکی یک رسانا در اثر تغییر دما از رابطه ی $\Delta R = R_1 \alpha \Delta T$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_1 \Delta T}$$

در نتیجه می‌توانیم بگوییم α ، تغییرات واحد مقاومت الکتریکی رسانا است وقتی دمای آن $1K$ تغییر کند.

B ۱۷۶۲- گزینه‌ی (۴)

$$\left. \begin{aligned} \Delta R &= 0.1 R_1 \\ \Delta R &= R_1 \alpha \Delta \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0.1 = \alpha (\Delta \theta) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{50.0} = 2 \times 10^{-3} \frac{1}{^{\circ}C}$$

A ۱۷۶۳- گزینه‌ی (۱) در رساناهای فلزی α مثبت است و در نتیجه با افزایش دما، مقاومت افزایش می‌یابد.

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

B ۱۷۶۴- گزینه‌ی (۳) مقاومت سیم با افزایش دما، افزایش می‌یابد.

نکته: اگر $\alpha > 0$ باشد، این رسانا با افزایش دما، افزایش مقاومت پیدا می‌کند که آن را مقاومت اهمی گویند و اگر $\alpha < 0$ باشد این رسانا با افزایش دما کاهش مقاومت پیدا می‌کند. (مانند کربن)

$$\alpha = -5 \times 10^{-3} \frac{1}{^{\circ}C}$$

$$R_T = R_1 + 0.25 R_1 = 1.25 R_1$$

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 1.25 R_1 = R_1 (1 - 5 \times 10^{-3} \Delta \theta) \Rightarrow \Delta \theta = \frac{-0.25}{5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta \theta = -50^{\circ}C$$

A ۱۷۶۵- گزینه‌ی (۲) می‌دانیم $P = V.I$ آمپر $\times$ ولت = توانA ۱۷۶۶- گزینه‌ی (۲) توان مصرف شده در مقاومت از رابطه ی $P = \frac{V^2}{R} = VI = RI^2$ به دست می‌آید.

انرژی مصرف شده در مقاومت از رابطه‌های $W = p.t = RI^2 t = VI t = \frac{V^2}{R} t$ به دست می‌آید. اگر در این رابطه تمام کمیت‌ها در SI باشند، انرژی نیز برحسب ژول به دست می‌آید.

اگر توان برحسب کیلووات و زمان نیز برحسب ساعت جایگذاری شوند، انرژی برحسب کیلووات ساعت (kwh) به دست می‌آید.

یک کیلووات ساعت معادل 3.6×10^6 ژول می‌باشد. برای تبدیل ژول به کیلووات ساعت انرژی را بر 3.6×10^6 تقسیم می‌کنیم و برای تبدیل انرژی از کیلووات ساعت به ژول آن را در 3.6×10^6 ضرب می‌کنیم. برای محاسبه‌ی هزینه‌ی انرژی کامل، انرژی مصرف شده را در هزینه‌ی هر واحد انرژی ضرب می‌کنیم.

$$W = VI t = 150 \times 2 \times 3600 = 1080000 J = 1.08 MJ$$

A ۱۷۶۷- گزینه‌ی (۲)

$$U = \frac{V^2}{R} \times t, \quad R = \rho \frac{L}{A}, \quad U_1 = U_2, \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{V^2}{R_1} t_1}{\frac{V^2}{R_2} t_2} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{t_1}{t_2} = \frac{L_2}{12} \times \frac{25}{15} = 1 \Rightarrow L_2 = 7.2 m$$

B ۱۷۶۸- گزینه‌ی (۳) اگر دمای رسانا ثابت باشد مقاومت آن نیز ثابت می‌ماند.

$$I_T = I_1 + 0.2 I_1 = 1.2 I_1$$

$$R = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} \Rightarrow \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{1.2 I_1} \Rightarrow V_2 = 1.2 V_1 \Rightarrow \Delta V = 0.2 V_1$$

یعنی اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۲۰٪ افزایش می‌یابد.

$$P_1 = RI_1^2, \quad P_2 = RI_2^2 = R(1.2 I_1)^2 = 1.44 RI_1^2 = 1.44 P_1 \Rightarrow \Delta P = P_2 - P_1 = 0.44 P_1$$

پس توان ۴۴٪ افزایش می‌یابد.

A ۱۷۶۹- گزینه‌ی (۳) با توجه به رابطه‌ی توان با شدت جریان، I_1 را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= RI_1^2 \\ P_2 &= R(I_1 + r)^2 = 4P_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R(I_1 + r)^2 = 4RI_1^2 \Rightarrow I_1 + r = 2I_1 \Rightarrow I_1 = rA$$

A ۱۷۷۰- گزینه‌ی (۲) با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت، R_p را به دست می‌آوریم.

$$R_1 = 10\Omega = \rho \frac{L_1}{A_1}$$

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \frac{4L_1}{\frac{1}{4}A_1} = 16\rho \frac{L_1}{A_1} = 16R_1 = 160\Omega$$

$$Q = \frac{V^2}{R} \cdot t = \frac{16}{10} \times 10 \Rightarrow Q = 2J$$

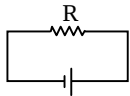
A ۱۷۷۱- گزینه‌ی (۲) ابتدا جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{10}{5} = 2A$$

حال به کمک رابطه‌ی $U = RI^2t$ انرژی الکتریکی مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

$$U = RI^2t = 20 \times (2)^2 \times 5 = 400J$$

A ۱۷۷۲- گزینه‌ی (۴)



$$V = 80V, \quad P = 40W$$

توان الکتریکی یک مقاومت که به اختلاف پتانسیل V متصل است از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 40 = \frac{80^2}{R} \Rightarrow R = \frac{6400}{40} = 160\Omega$$

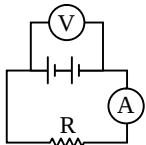
A ۱۷۷۳- گزینه‌ی (۳) با توجه به رابطه‌ی توان الکتریکی $P = VI$ جریان را به دست می‌آوریم:

$$V = 120V, \quad P = 480W$$

$$P = VI \Rightarrow 480 = 120 \times I \Rightarrow I = 4A$$

برای به دست آوردن انرژی مصرفی کافی است در رابطه‌ی زیر توان را بر حسب وات و زمان را بر حسب ساعت قرار دهیم.

$$U = P \cdot t = 480(W) \times 5(h) = 2400Wh = 2/4kWh$$



A ۱۷۷۴- گزینه‌ی (۴) انرژی الکتریکی مصرف شده در مقاومت اهمی R به صورت انرژی گرمایی ظاهر می‌شود.

$$Q = VIt = 20 \times 2 \times (50 \times 60) = 12000J$$

A ۱۷۷۵- گزینه‌ی (۴) به کمک رابطه‌ی توان $P = \frac{V^2}{R}$ می‌توان توان مصرفی را در این حالت به دست آورد.

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{V^2}{R} \\ P' &= \frac{V'^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{100}{P'} = \frac{220^2}{110^2} \Rightarrow P' = 25W$$

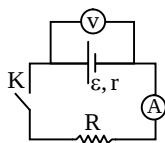
دقت کنید این لامپ چون با برق $220V$ کار می‌کند وقتی در یخچال 110 ولت قرار می‌گیرد روشن نمی‌شود اما در اثر عبور جریان از آن، رشته‌ی آن گرم می‌شود.

A ۱۷۷۶- گزینه‌ی (۱) به مشخصات لامپ، توان اسمی و ولتاژ اسمی گفته می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{V^2}{R} \\ P' &= \frac{V'^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P}{P'} = \frac{V^2}{V'^2} \Rightarrow \frac{36}{P'} = \frac{12^2}{8^2}$$

$$\Rightarrow P' = \frac{36 \times 4}{9} = 16W$$

B ۱۷۷۷- گزینه‌ی (۲) یک مدار ساده‌ی تک حلقه‌ای، شامل مولد و مقاومت است. برای قطع و وصل جریان می‌توان از یک کلید استفاده کرد و برای اندازه‌گیری جریان، یک آمپرسنج به صورت سری در مدار قرار می‌گیرد و برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل دو سر هر عضو یک ولت‌سنج به صورت موازی با آن عضو وصل می‌شود.



هنگامی که کلید K باز است، در مدار جریانی برقرار نمی‌شود بنابراین آمپرسنج صفر نشان می‌دهد و ولت‌سنج که اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، با توجه به صفر بودن جریان، نیرو محرکه‌ی پیل را نشان می‌دهد.

$$\left. \begin{aligned} V &= \varepsilon - rI \\ I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \varepsilon$$

وقتی کلید بسته شود، جریانی در مدار برقرار می‌شود و با توجه به این که دو سر مقاومت، دو سر پیل نیز محسوب می‌شود، می‌توان رابطه‌ی زیر را برای جریان به دست آورد:

$$\left. \begin{aligned} V &= \varepsilon - rI \text{ پیل} \\ V &= RI \text{ مقاومت} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon - rI = RI \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

نکته: اگر بخواهیم اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی دلخواه را به دست آوریم، از نقطه‌ی اول از مسیر دلخواه خود را به نقطه‌ی دوم می‌رسانیم و در طی مسیر افزایش یا کاهش پتانسیل‌های ایجاد شده را طبق قرارداد زیر منظور می‌کنیم:

(الف) اگر در جهت جریان از یک مقاومت بگذریم، در معادله $-RI$ و اگر خلاف جهت جریان از مقاومت بگذریم، $+RI$ منظور می‌کنیم.

(ب) اگر به قطب منفی باتری رسیده و از قطب مثبت خارج شویم $+\varepsilon$ و اگر به قطب مثبت رسیده و از منفی خارج شویم، $-\varepsilon$ منظور می‌کنیم. حالا حل تست:

$$V = \varepsilon = 8V \text{ : کلید باز}$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 6 = 8 - r \times 2 \Rightarrow r = 1\Omega$$

B ۱۷۷۸- گزینه‌ی (۲)

اگر یک پیل در مداری وصل شود که جریان به قطب مثبت پیل وارد شده و از قطب منفی خارج شود این پیل به عنوان مولد عمل نمی‌کند. بلکه به عنوان یک مصرف کننده در مدار عمل می‌کند.

اختلاف پتانسیل دو سر این پیل $V = \varepsilon + rI$ می‌باشد و از هر کولن بار به اندازه‌ی ε انرژی می‌گیرد و در خود ذخیره می‌کند و به اندازه‌ی rI انرژی می‌گیرد و تلف می‌کند. به همین ترتیب توان دریافتی این پیل از مدار $P = VI = \varepsilon I + rI^2$ می‌باشد. توان ذخیره شده εI و توان تلف شده rI^2 است. در این تست داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{پیل مولد} \quad \xrightarrow{I} \quad V &= \varepsilon - rI \Rightarrow 18 = \varepsilon - r \times 1 \\ \text{پیل مصرف کننده} \quad \xleftarrow{I} \quad V &= \varepsilon + rI \Rightarrow 22 = \varepsilon + r \times 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 18 + 22 &= 2 \times \varepsilon \\ \varepsilon &= 20V, r = 2\Omega \end{aligned}$$

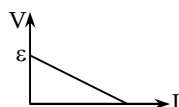
B ۱۷۷۹- گزینه‌ی (۴)

$$\left. \begin{aligned} I_1 r &= \frac{\varepsilon}{r + R_1} r = \frac{\varepsilon}{r + 2r} r = \frac{\varepsilon}{3} \\ I_2 r &= \frac{\varepsilon}{r + R_2} r = \frac{\varepsilon}{r + r} r = \frac{\varepsilon}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_1 r}{I_2 r} = \frac{\frac{\varepsilon}{3}}{\frac{\varepsilon}{2}} = \frac{2}{3}$$

B ۱۷۸۰- گزینه‌ی (۱) ولت‌سنج هم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را نشان می‌دهد، هم اختلاف پتانسیل دو سر پیل را. اختلاف پتانسیل دوسر پیل نیز

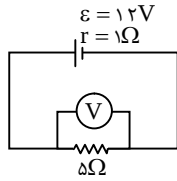
$$V = \varepsilon - rI = \varepsilon - 0 = \varepsilon \text{ یعنی ثابت می‌باشد. با دوبرابر شدن مقاومت مطابق رابطه‌ی } I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{R} \text{ جریان نصف می‌شود.}$$

B ۱۷۸۱- گزینه‌ی (۳) با توجه به معادله‌ی $V = \varepsilon - rI$ ، متغیر V تابعی از I است. این رابطه درجه‌ی یک، خطی و با شیب $-r$ است.



B ۱۷۸۲- گزینه‌ی (۴)

$$V = \varepsilon - Ir \left\{ \begin{aligned} I=0 &\rightarrow V = \varepsilon = 12V \\ I=4 &\rightarrow V = 12 - 4r \Rightarrow r = 1/25\Omega \end{aligned} \right.$$



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{12}{1 + 5} = 2A$$

$$V = RI = 5 \times 2 = 10V$$

A ۱۷۸۳- گزینه‌ی (۲) ولت‌سنج ولتاژ دو سر پیل و دو سر مقاومت را نشان می‌دهد.

A ۱۷۸۴- گزینه‌ی (۱) ابتدا جریان مدار را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{r + \frac{r}{2}} = \frac{2\varepsilon}{3r}$$

حال اختلاف پتانسیل دو سر پیل را به دست می‌آوریم:

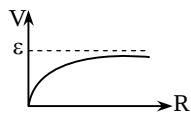
$$V = \varepsilon - Ir = \varepsilon - \frac{2\varepsilon}{3r} \times r \Rightarrow V = \frac{1}{3}\varepsilon$$

A ۱۷۸۵- گزینه‌ی (۱) افت پتانسیل درون پیل برابر Ir و $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ است.

$$\frac{Ir}{\varepsilon} = \frac{\frac{\varepsilon}{r + R} \times r}{\varepsilon} = \frac{r}{r + R} = \frac{3}{3 + 17} = 0.15 \text{ یا } 15\%$$

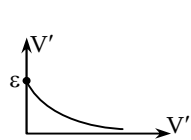
B ۱۷۸۶- گزینه‌ی (۱)

$$V = \varepsilon - rI = RI = \frac{R\varepsilon}{r + R}$$



در این رابطه R به عنوان متغیر و V به عنوان تابع در نظر گرفته می‌شود. اگر R را حداقل مقدار یعنی $R = 0$ قرار دهیم، $V = 0$ می‌شود و اگر R به سمت ∞ برود، حد این کسر $V = \varepsilon$ می‌شود.

B ۱۷۸۷- گزینه‌ی (۲)



$$V' = rI = \frac{r\varepsilon}{r + R}$$

در این رابطه R به عنوان متغیر و V' (افت پتانسیل) به عنوان تابع در نظر گرفته می‌شود. اگر R حداقل مقدار یعنی $R = 0$ قرار داده شود، $V' = \varepsilon$ می‌شود و اگر R زیاد شود و به سمت ∞ برود، حاصل کسر به صفر نزدیک می‌شود. پس (۲) درست است.

A ۱۷۸۸- گزینه‌ی (۲) در یک مدار تک حلقه شدت جریان برابر $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ است پس جریان‌ها را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{r + R_2}}{\frac{\varepsilon}{r + R_1}} = \frac{r + R_1}{r + R_2} = \frac{0.5 + 2/5}{0.5 + 3/5} = \frac{3}{4}$$

A ۱۷۸۹- گزینه‌ی (۲) افت پتانسیل مقاومت داخلی Ir و افت پتانسیل مدار خارجی IR است.

$$Ir = \frac{1}{9}IR \Rightarrow r = \frac{1}{9}R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 0.2 = \frac{6}{\frac{1}{9}R + R} \Rightarrow R = 27\Omega$$

B ۱۷۹۰- گزینه‌ی (۱) هرگاه اختلاف پتانسیل دو سر پیل برابر نیروی محرکه‌ی آن باشد افت پتانسیل صفر است پس:

$$\left. \begin{array}{l} V = \varepsilon - Ir \\ V = \varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow Ir = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r \rightarrow 0 \\ I \rightarrow 0 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{r + R}} R \rightarrow \infty \end{array} \right.$$

پس یا باید مقاومت درونی ناچیز یا مقاومت خارجی خیلی زیاد باشد.

B ۱۷۹۱- گزینه‌ی (۲) ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر پیل را نشان می‌دهد.

$$\left. \begin{array}{l} V = \varepsilon - Ir = IR \\ I = \frac{\varepsilon}{R + r} \end{array} \right\} \Rightarrow V = \frac{R}{R + r}\varepsilon \Rightarrow 10 = \frac{R}{R + 0.5} \times 12$$

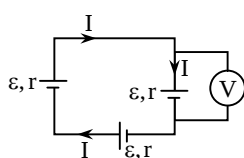
$$10R + 5 = 12R \Rightarrow 2R = 5 \Rightarrow R = 2.5\Omega$$

B ۱۷۹۲-گزینہی (۱)

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum r + R_T} = \frac{1 + 2 - 5}{5} = 0.5A$$

$$V_M - 25 \times 0.5 + 20 - 3 \times 0.5 = V_N \Rightarrow |V_M - V_N| = 6V$$

B ۱۷۹۳-گزینہی (۱)



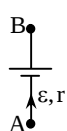
$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon - \varepsilon}{3r} = \frac{\varepsilon}{3r}$$

$$V = \varepsilon + rI = \varepsilon + r \times \frac{\varepsilon}{3r} = \frac{4}{3}\varepsilon$$

ولت سنج به دو سر پیل مصرف کننده وصل شده است.

B ۱۷۹۴-گزینہی (۳) در یک مدار تک حلقه‌ای با چند مولد موافق، جمع نیرو محرکه مدار $\sum \varepsilon$ و جمع مقاومت درونی‌ها $\sum r$ هستند و اگر چند مقاومت R به

صورت سری در مدار قرار گیرند، جمع مقاومت خارجی مدار $\sum R$ است و جریان از رابطه‌ی $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum r + \sum R}$ به دست می‌آید. برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل دو نقطه از نقطه‌ی اول در مسیر دلخواه به نقطه‌ی دوم می‌رویم و طبق قواعدی که قبلاً بیان شد $+RI$ ، $-RI$ ، $+\varepsilon$ و $-\varepsilon$ را ذکر می‌کنیم.



$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr} \Rightarrow I = \frac{8 \times 5}{0.5 + 8 \times 0.2} = 2.5A$$

$$V_{AB} = \varepsilon - Ir = 5 - 2.5 \times 0.2 = 0$$

در واقع این نوع بستن پیل‌ها که در آن مقاومت خارجی وجود ندارد را اتصال کوتاه پیل گویند.

B ۱۷۹۵-گزینہی (۳)

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon - \varepsilon}{r + r + r + R} = \frac{2}{2} = 1A$$

$$V = \varepsilon - \varepsilon = 0$$

B ۱۷۹۶-گزینہی (۱)

ابتدا جریان را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{12 - 6}{1/5 + 0.5 + 1} = \frac{6}{3} = 2A$$

$$V_A - \varepsilon_1 - Ir_1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = \varepsilon_1 + Ir_1 = 6 + 2(0.5) = 7V$$

B ۱۷۹۷-گزینہی (۴)

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{24}{0.75 + 11/25} = 2A$$
 جهت جریان پادساعتگرد

$$V_A - R_4 I + \varepsilon_2 - r_2 I - R_3 I = V_C \Rightarrow V_A - V_C = 1 \times 2 - 4 + 0.5 \times 2 + 5 \times 2 = 9V$$

B ۱۷۹۸-گزینہی (۱) اول باید $\Delta V = V_B - V_A$ را محاسبه کنیم و بعد ادامه‌ی ماجرا:

در تست‌های پیشین طریقه‌ی محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل را گفتیم. بنابراین در این‌جا از ذکر آن خودداری می‌کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_T + r_1 + r_2} = \frac{18 + 2}{1 + 4 + 3} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5A$$
 جهت جریان ساعتگرد است

$$V_B - 18 + 4 \times \frac{5}{2} = V_A \Rightarrow V_B - V_A = 8V$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q \Delta V = (-2 \times 10^{-6}) \times 8 = -16 \times 10^{-6} J = -16 \mu J$$

دقت کنید که در این عبارت علامت‌های مثبت و منفی را برای بار قرار دهید. زیرا چنانچه $\Delta U > 0$ در بیاید بدان معنا است که انرژی افزایش و اگر $\Delta U < 0$ باشد، بدان معنا است که انرژی کاهش یافته است.

B ۱۷۹۹-گزینہی (۲) در این مدار $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است یعنی ε_1 مولد و ε_2 مصرف کننده است و

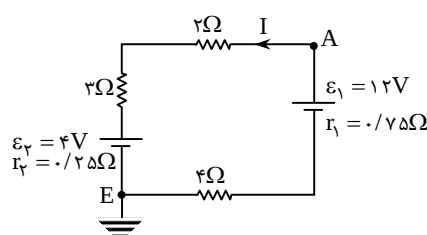
جریان از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12 - 4}{0.75 + 0.25 + 9} = 0.8$$

جهت جریان، جهتی است که نیرو محرکه‌ی بیش‌تر تولید می‌کند:

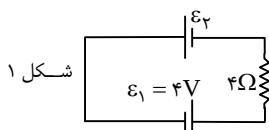
$$V_A - 2I - 3I - \varepsilon_2 - r_2 I = V_E$$

$$V_A - 2 \times 0.8 - 3 \times 0.8 - 4 - 0.25 \times 0.8 = 0 \Rightarrow V_A = 8.2V$$



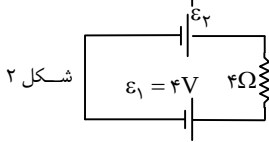
B ۱۸۰۰-گزينه‌ی (۳) جهت قطب‌های مولد، مجهول است. هر دو حالت ممکن را بررسی می‌کنیم:

در شکل ۱ داریم:



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R} \Rightarrow r = \frac{4 + \varepsilon_2}{4} \Rightarrow \varepsilon_2 = 4V$$

در شکل ۲ اگر $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ باشد:



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R} \Rightarrow r = \frac{\varepsilon_2 - 4}{4} \Rightarrow \varepsilon_2 = 12V$$

در شکل ۲ اگر $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ باشد:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R} \Rightarrow r = \frac{4 - \varepsilon_2}{4} \Rightarrow \varepsilon_2 = -4V \text{ غير قابل قبول}$$

B ۱۸۰۱-گزينه‌ی (۳) چون کلید باز است، بنابراین $I = 0$ است.

از نقطه‌ی A به سمت زمین می‌رویم و تغییرات پتانسیل را ثبت می‌نماییم.

$$V_A + 5 \times 0 - 12 = V_E \xrightarrow{V_E=0} V_A = 12V$$

B ۱۸۰۲-گزينه‌ی (۱)

$$P = rI^2 \Rightarrow 4 = r \times 2^2 \Rightarrow r = 1\Omega$$

$$v = \varepsilon - rI \Rightarrow 7 = \varepsilon - 1 \times 2 \Rightarrow \varepsilon = 9V$$

A ۱۸۰۳-گزينه‌ی (۳)

$$\left. \begin{aligned} I &= 0.5A \\ V &= \varepsilon - rI = 2V \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = 3 - r \times 0.5 \Rightarrow r = 2\Omega$$

$$P = rI^2 = 2 \times (0.5)^2 = 0.5W \text{ تلف شده}$$

A ۱۸۰۴-گزينه‌ی (۳) توان مفید، توان مصرفی در مقاومت R برابر $P_R = RI^2$ است و توانی که باتری از دست می‌دهد همان توان تولیدی مولد است.

بنا به فرض مسئله $P_R = \frac{1}{4}P$ است پس:

$$RI^2 = \frac{1}{4}(RI^2 + rI^2) \Rightarrow R = r$$

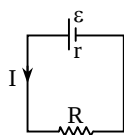
A ۱۸۰۵-گزينه‌ی (۳) ابتدا با توجه به داده‌های مسئله نیروی محرکه‌ی باتری و سپس توان تلف شده را به دست می‌آوریم:

$$R = 14\Omega, \quad r = 1\Omega, \quad I = 0.5A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 0.5 = \frac{\varepsilon}{1 + 14} \Rightarrow \varepsilon = 7.5V$$

$$P_{\text{تلف شده}} = rI^2 = 1 \times (0.5)^2 = 0.25W$$

B ۱۸۰۶-گزينه‌ی (۲) همان گونه که در صورت تست بیان شده است، بازدهی مولد، نسبت توان مفید مولد به توان تولیدی مولد است.



$$P = \varepsilon I = RI^2 + rI^2$$

توان تولید مولد برابر است با:

توان مفید برابر توان مصرفی در مقاومت‌های خارجی مدار است و برابر است با:

$$P_{\text{مفيد}} = VI = RI^2$$

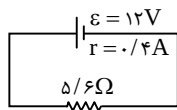
در این صورت بازدهی مولد برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفيد}}}{P} = \frac{RI^2}{RI^2 + rI^2} \Rightarrow Ra = \frac{R}{R + r}$$

حال می‌توان نسبت بازده در حالت دوم به حالت اول را بیابیم.

$$\frac{Ra'}{Ra} = \frac{\frac{rR}{rR + r}}{\frac{r}{r + r}} = \frac{\frac{r}{r + r}}{\frac{r}{r + r}} = 2$$

B ۱۸۰۷-۵ گزینہ (۲) توان مصرف شده، تلف شده یا توان گرمایی کل مدار شامل RI^2 و rI^2 است. جمع این دو توان برابر توان تولیدی پیل است.



$$(RI^2 + rI^2 = \varepsilon I)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{12}{0.4 + 5.6} = 2A$$

$$P = RI^2 + rI^2 = (5.6 + 0.4) \times 2^2 = 24W$$

B ۱۸۰۸-۵ گزینہ (۳)

توان مفید مولد برابر است با: $P = \varepsilon I - rI^2$ که یک تابع درجه‌ی ۲ نسبت به جریان مدار است و نمودار آن سهمی است. برای به دست آوردن مختصات نقطه‌ی بیشینه از P نسبت به I مشتق می‌گیریم (همان گونه که در ریاضی برای به دست آوردن نقطه‌ی اکسترمم تابع از آن مشتق می‌گیریم).

$$\frac{dp}{dI} = \varepsilon - 2rI = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r}$$

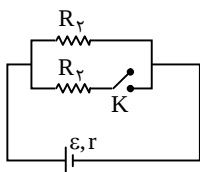
پس هرگاه جریان $\frac{\varepsilon}{2r}$ است توان مفید، بیشینه و برابر است با:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{2r}} P_{\max} = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right) - r \left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)^2 \Rightarrow P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

در این صورت مختصات نقطه‌ی بیشینه‌ی تابع $\left(\frac{\varepsilon}{2r} \right)$ و $\left(\frac{\varepsilon^2}{4r} \right)$ است.

با توجه به نمودار ($I = 4A$ و $P_{\max} = 5W$) است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\varepsilon}{2r} = 4 \\ \frac{\varepsilon^2}{4r} = 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه بر هم}} \frac{2}{\varepsilon} = \frac{4}{5} \Rightarrow \varepsilon = 2.5V$$



C ۱۸۰۹-۵ گزینہ (۳) نسبت توان مفید به توان تولیدی مولد را بازده گویند پس بازده‌ی مولد برابر است با:

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}} = \frac{\varepsilon I - rI^2}{\varepsilon I} = \frac{RI^2}{RI^2 + rI^2} \Rightarrow R_a = \frac{R}{r + R}$$

با بستن کلید، یک مقاومت به طور موازی به مدار اضافه می‌شود و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد. در کسر

$$R_a = \frac{R}{r + R} \text{ با کاهش } (R \rightarrow 0), \text{ حد کسر به سمت صفر می‌رود یعنی بازده کم می‌شود.}$$

B ۱۸۱۰-۵ گزینہ (۴) وقتی گرمای تولیدی به یک اندازه است، پس داریم:

$$R_1 I_1^2 t = R_2 I_2^2 t \Rightarrow R_1 \left(\frac{\varepsilon}{r + R_1} \right)^2 = R_2 \left(\frac{\varepsilon}{r + R_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{(r + 4)^2} = \frac{9}{(r + 9)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r + 4} = \frac{3}{r + 9} \Rightarrow 2r + 12 = 3r + 18 \Rightarrow r = 6\Omega$$

C ۱۸۱۱-۵ گزینہ (۴) در این جا می‌خواهیم به اختصار نکاتی چند پیرامون محاسبه مقاومت معادل بیان کنیم.

یادآوری: اگر مقاومت‌های R_1 و R_2 و ... با هم سری (متوالی) باشند

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

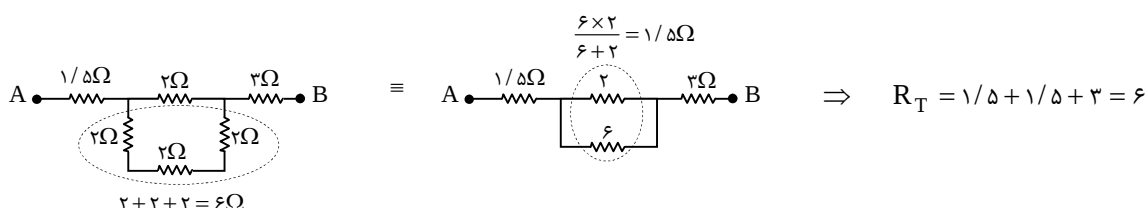
یادآوری: اگر مقاومت‌های R_1 و R_2 و ... با هم موازی باشند

حالت فاصل: اگر مقاومت‌ها مشابه باشند: اگر سری باشند، $R_T = nR$ و اگر موازی باشند $R_T = \frac{R}{n}$ است.

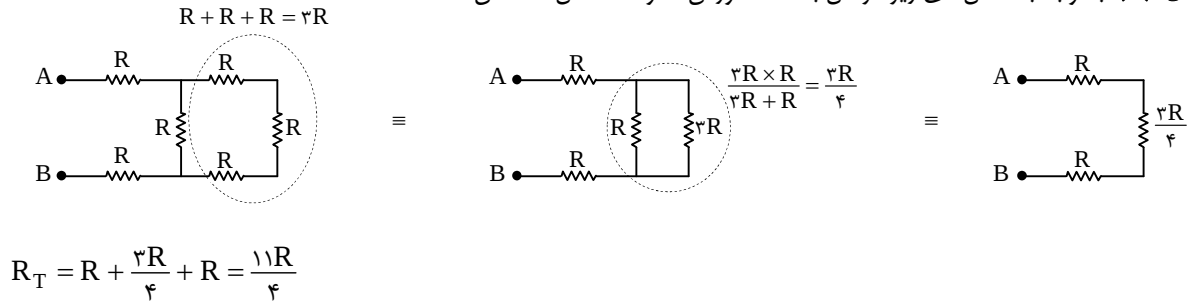
یادآوری: اگر دو مقاومت R_1 و R_2 موازی باشند و $\frac{R_1}{R_2} = n$ باشد، آن گاه:

$$R_T = \frac{R_1}{n + 1}$$

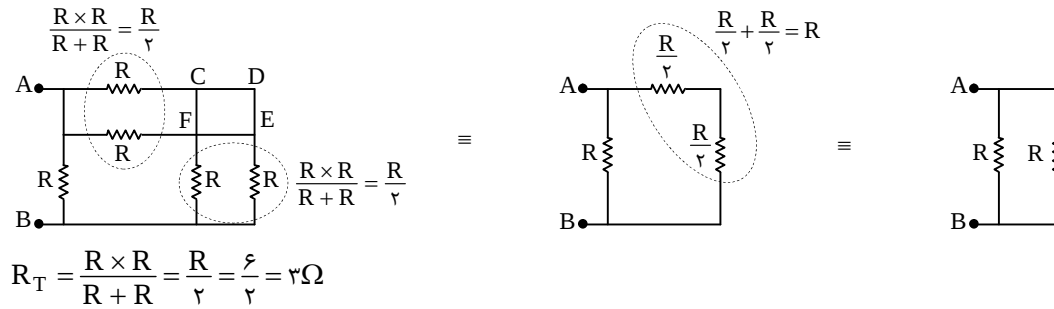
با توجه به شکل‌های زیر چگونگی به دست آوردن مقاومت معادل مشخص می‌شود.



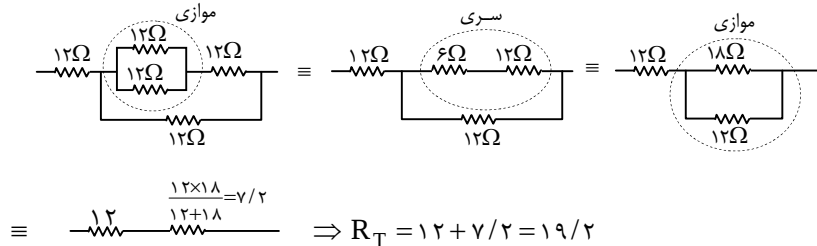
B ۱۸۱۲- گزینه‌ی (۴) با توجه به شکل‌های زیر مراحل به دست آوردن مقاومت معادل مشخص شده است.



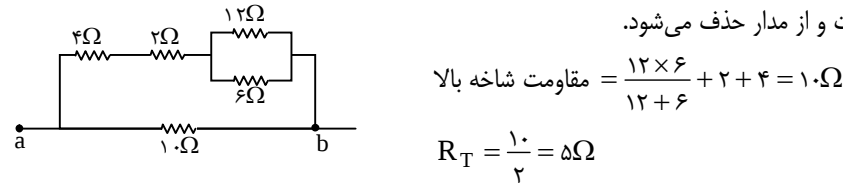
B ۱۸۱۳- گزینه‌ی (۲) با توجه به شکل چهارنقطه‌ی C, D, E و F در واقع یک نقطه از مدار هستند.



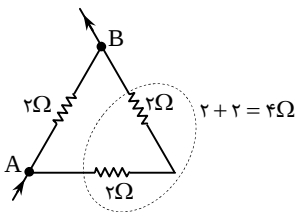
A ۱۸۱۴- گزینه‌ی (۴)



B ۱۸۱۵- گزینه‌ی (۱) مقاومت ۵Ω اتصال کوتاه است و از مدار حذف می‌شود.



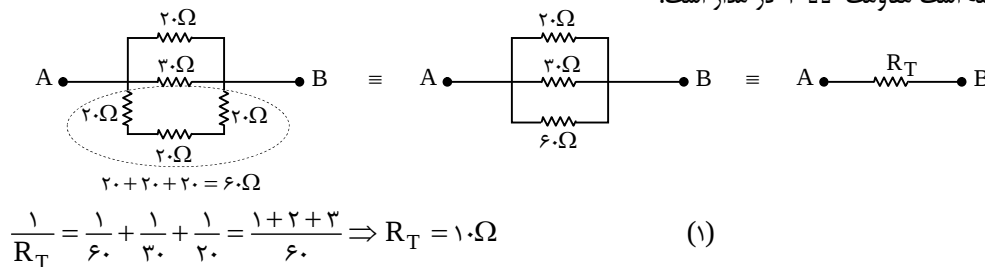
B ۱۸۱۶- گزینه‌ی (۱) مقاومت ۴ اهم موازی مقاومت ۲ اهمی است که به تنهایی بین A و B قرار گرفته و مقاومت معادل آن‌ها برابر $\frac{4}{3}\Omega$ می‌شود.



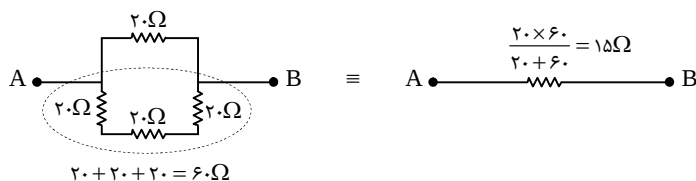
A ۱۸۱۷- گزینه‌ی (۲)

$$\left. \begin{array}{l} \text{(۱) شکل } R_1 = \frac{4}{2} = 2\Omega \\ \text{(۲) شکل } R_2 = 4 + \frac{4}{2} + 4 = 10\Omega \end{array} \right\} \begin{array}{l} R_T = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ R_1 = \frac{4}{2} = 2 \end{array}$$

B ۱۸۱۸- گزینه‌ی (۴) وقتی کلید بسته است مقاومت ۳۰Ω در مدار است.



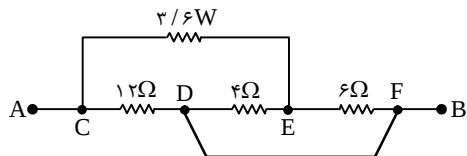
وقتی کلید باز است مقاومت 30Ω از مدار حذف است.



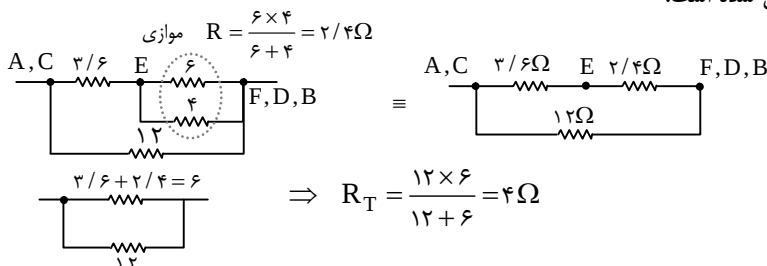
با توجه به رابطه‌ی (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{R_T}{R'_T} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

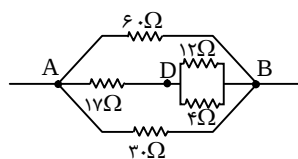
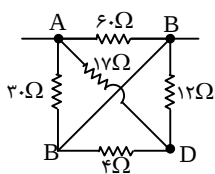
B ۱۸۱۹-گزینه‌ی (۴) در این شکل از نام‌گذاری نقاط استفاده می‌کنیم.



دو نقطه‌ی D و F با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل هستند پس هم پتانسیل‌اند. دو نقطه‌ی A و C با هم، هم‌پتانسیل و دو نقطه‌ی B و F نیز با هم هم‌پتانسیل هستند. مدار را مجدداً با در نظر گرفتن نقاط هم‌پتانسیل رسم می‌کنیم. دقت می‌کنیم هر مقاومت بین کدام دو نقطه وصل شده است.



B ۱۸۲۰-گزینه‌ی (۱) با توجه به نقطه‌های هم پتانسیل مجدداً شکل را رسم می‌کنیم.

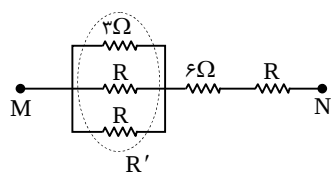


$$R_{BD} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = \frac{48}{16} = 3\Omega$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{60} + \frac{1}{17+3} + \frac{1}{30} = \frac{1+3+2}{60}$$

$$R_T = 10\Omega$$

B ۱۸۲۱-گزینه‌ی (۳) ابتدا مقاومت معادل بین MN را به‌دست آورده و آن را برابر 10Ω قرار می‌دهیم.

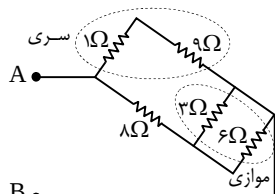


$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3} = \frac{3+3+R}{3R} \Rightarrow R' = \frac{3R}{6+R}$$

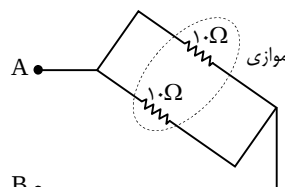
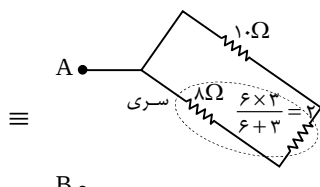
$$R_T = R' + 6 + R \Rightarrow 10 = \frac{3R}{6+R} + 6 + R \Rightarrow 4 = \frac{3R + R(6+R)}{6+R}$$

$$\Rightarrow 24 + 4R = 3R + 6R + R^2 \Rightarrow R^2 + 5R - 24 = 0 \Rightarrow (R+8)(R-3) = 0 \Rightarrow R = 3\Omega$$

B ۱۸۲۲-گزینه‌ی (۱) در شکل‌های زیر مراحل به دست آوردن مقاومت معادل نشان داده شده است.



$$R_T = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\Omega$$



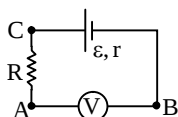
A ۱۸۲۳-گزینه‌ی (۱) ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو نقطه از مدار را نشان می‌دهد و به‌طور موازی بین دو نقطه بسته شده و دارای مقاومت خیلی زیاد است.

آمپرسنج جریان را اندازه‌گیری می‌کند پس در مدار سری (متوالی) بسته می‌شود و دارای مقاومت ناچیزی است.

C ۱۸۲۴-گزینه‌ی (۳) در بعضی مباحث کتاب درسی، مطالب گفته شده بسیار ساده ولی سوال‌های مطرح شده در سطح درس ارایه شده نیست.

ولت‌سنج و آمپرسنج نیز از این دسته موارد هستند.

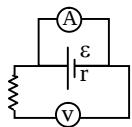
ولت‌سنج ایده‌آل دارای مقاومت بسیار زیادی است و اجازه‌ی عبور جریان الکتریکی از خود را نمی‌دهد و باید در مدار به صورت موازی وصل شود. اگر این وسیله به صورت سری در مدار وصل شود، مقاومت مدار را بسیار زیاد می‌کند و جریان مدار ناچیز می‌شود. به این ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R صفر می‌شود یعنی پتانسیل دو نقطه‌ی A و C یکی می‌شود. ولت‌سنج به دو نقطه‌ی A و B وصل شده و اختلاف پتانسیل این دو نقطه را نشان می‌دهد. نقطه‌ی A با C هم پتانسیل شده پس ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی B و C یعنی دو سر پیل را نشان می‌دهد.



$$\left. \begin{aligned} V &= \varepsilon - rI \\ I &\approx 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V \approx \varepsilon$$

پس ولت‌سنج تقریباً نیرو محرکه‌ی پیل را نشان می‌دهد

آمپرسنج ایده‌آل، آمپرسنجی است که مقاومت آن ناچیز باشد و به طور سری به مدار وصل می‌شود. اگر آن را به طور موازی به مقاومت مدار وصل کنیم، جریان زیادی از آن عبور می‌کند و احتمال سوختن آن زیاد می‌شود. این سوال یک تله‌ی بسیار سخت دارد. اگر در مدار آمپرسنج به صورت موازی با پیل نباشد و مدار فقط شامل ولت‌سنجی باشد که اشتباهاً به صورت سری وصل شده، ولت‌سنج نیرومحرکه‌ی پیل را نشان می‌دهد.

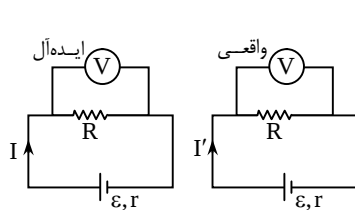


ولی در این حالت که در سوال مطرح شده، آمپرسنج و پیل تشکیل یک مدار می‌دهند که جریانی معادل $I = \frac{\mathcal{E}}{r} = 10A$ از آن عبور می‌کند پس آمپرسنج $10A$ نشان می‌دهد. ولت‌سنج نیز قرار است اختلاف پتانسیل دو سر پیل را نشان دهد:

$$V = \mathcal{E} - rI = 10 - 1 \times 10 = 0$$

پس ولت‌سنج صفر نشان می‌دهد.

C ۱۸۲۵- گزینه‌ی (۴) وقتی ولت‌سنج ایده‌آل باشد، مقاومت مدار را تغییر نمی‌دهد و مقاومت مدار R است. در صورتی که وقتی ولت‌سنج واقعی است که دارای مقاومت خیلی زیاد نیست و باعث کاهش مقاومت معادل مدار می‌شود. ($R_T < R$)



$$\left. \begin{aligned} V_{\text{ایده‌آل}} &= RI = R \frac{\mathcal{E}}{r + R} \\ V_{\text{واقعی}} &= RI' = R \frac{\mathcal{E}}{r + R_T} \\ R_T &< R \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} < V_{\text{ایده‌آل}}$$

B ۱۸۲۶- گزینه‌ی (۱) در شکل الف): ولت‌سنج به صورت موازی با یک سیم بدون مقاومت بسته شده با توجه به رابطه‌ی $V = RI$ اگر مقاومت سیم صفر باشد، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز صفر است، پس ولتاژ صفر را نشان می‌دهد. در شکل ب): ولت‌سنج به طور موازی با مقاومت وصل شده:

$$V = \mathcal{E} - rI \leq \mathcal{E}$$

در شکل ج): کلید باز است و جریانی در مدار وجود ندارد:

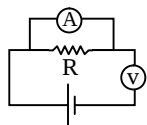
$$\left. \begin{aligned} V &= \mathcal{E} - rI \\ I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \mathcal{E}$$

$$V = \mathcal{E}$$

در شکل د): ولت‌سنج اشتباهاً در مدار به صورت سری وصل شده و نیرومحرکه‌ی پیل را نشان می‌دهد.

C ۱۸۲۷- گزینه‌ی (۳) با حذف آمپرسنج یک مقاومت سری از مدار حذف و مقاومت مدار کاهش و در نتیجه جریان افزایش می‌یابد. ولت‌سنج، حاصل ضرب مقاومت در جریان را نشان می‌دهد پس ولت‌سنج عدد بیش‌تری را نشان می‌دهد.

با حذف ولت‌سنج یک مقاومت موازی از مدار حذف و مقاومت مدار افزایش و در نتیجه جریان کاهش می‌یابد. پس آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد. اگر جای آن‌ها را عوض کنیم مقاومت ولت‌سنج که زیاد است در مدار به طور متوالی قرار گرفته و مقاومت مدار بسیار زیاد و در نتیجه جریان مدار بسیار کم می‌شود. پس آمپرسنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد.

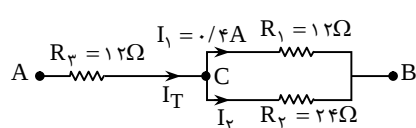


C ۱۸۲۸- گزینه‌ی (۲) در این حالت مقاومت ولت‌سنج که بسیار زیاد است، باعث افزایش مقاومت مدار شده و جریان مدار افت شدیدی می‌کند. جریان ناچیز ایجاد شده نیز با رسیدن به مقاومت R و آمپرسنج بیش‌تر از سیمی عبور می‌کند که مقاومت کم‌تری دارد یعنی جریانی که از آمپرسنج عبور می‌کند، بیش‌تر از جریانی است که از مقاومت R عبور می‌کند.

$$V = R_1 I_1 \Rightarrow R_1 = \frac{V}{I_1}$$

C ۱۸۲۹- گزینه‌ی (۱) ولت‌سنج در هر صورت اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت را نشان می‌دهد.

B ۱۸۳۰- گزینه‌ی (۱) با توجه به موازی بودن مقاومت‌های R_1 و R_2 و برابر بودن اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها می‌توان نوشت:



$$V_1 = V_2 \Rightarrow 12 I_1 = 24 I_2 \Rightarrow 12 \times 0.4 = 24 \times I_2 \Rightarrow I_2 = 0.2A$$

برای گره‌ی C قانون جریان‌ها را نوشته و جریان کل را به دست می‌آوریم:

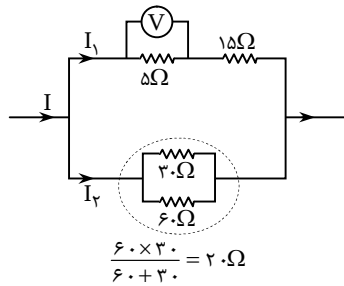
$$I_T = I_1 + I_2 = 0.4 + 0.2 = 0.6A$$

با به دست آوردن مقاومت معادل و داشتن جریان کل، اختلاف پتانسیل بین A و B را به دست می‌آوریم.

$$12 \text{ و } 24 \Rightarrow R' = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = 8\Omega$$

$$R_T = 12 + R' = 12 + 8 = 20\Omega$$

$$V_{AB} = R_T \times I_T = 20 \times 0.6 = 12V$$



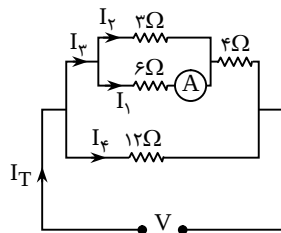
B ۱۸۳۱-گزینه (۷) ابتدا با استفاده از ولتاژ دو سر مقاومت 5Ω جریان شاخه‌ی بالایی را به‌دست می‌آوریم:

$$V = \Delta I_1 \Rightarrow 10 = \Delta I_1 \Rightarrow I_1 = 2A$$

شاخه‌ی بالا و پایین موازی هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها یکی است:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow (5 + 15)I_1 = 20 \cdot I_2 \Rightarrow 20 \times 2 = 20 \times I_2 \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$I = I_1 + I_2 = 4A$$



B ۱۸۳۲-گزینه (۳) مقاومت 3Ω و 6Ω موازی هستند و ولتاژ آن‌ها یکی است.

$$3I_2 = 6I_1 \Rightarrow 3I_2 = 6 \times 1 \Rightarrow I_2 = 2A$$

با توجه به قانون جریان‌ها I_3 را به‌دست می‌آوریم:

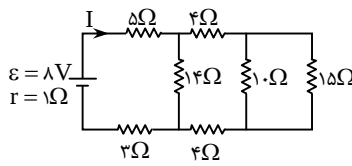
$$I_3 = I_1 + I_2 = 1 + 2 = 3A$$

$$\text{موازی } 3 \text{ و } 6 \Rightarrow R' = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega$$

مقاومت شاخه‌ی بالا $4 + R' = 6$ اهم است که با مقاومت 12 اهم شاخه‌ی پایین موازی است و ولتاژ دو سر آن‌ها یکی و برابر V است.

$$V = 6 \times 3 = 18V$$

B ۱۸۳۳-گزینه (۴)



$$15 \text{ و } 10 \Rightarrow 6\Omega$$

$$4 \text{ و } 6 \text{ و } 4 \Rightarrow 14\Omega$$

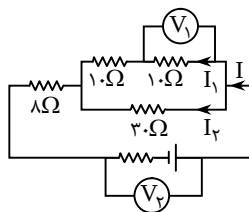
$$14 \text{ و } 14 \Rightarrow 7\Omega$$

$$5 \text{ و } 7 \text{ و } 3 \text{ سری} \Rightarrow R_T = 15\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{8}{1 + 15} = 0.5A$$

این جریان بین دو مقاومت 14 اهمی موازی، یکسان تقسیم می‌شود و از 14 اهمی $0.25A$ عبور می‌کند.

B ۱۸۳۴-گزینه (۱)



$$V_1 = 10 \cdot I_1 \Rightarrow 15 = 10 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = 1.5A$$

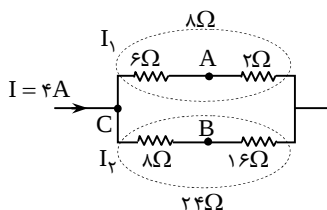
$$20 \cdot I_1 = 30 \cdot I_2 \Rightarrow 20 \times 1.5 = 30 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

$$I = I_1 + I_2 = 1.5 + 1 = 2.5A$$

$$V_2 = \varepsilon - rI = R_T I$$

$$R_T = 20 \text{ (متوالی } 8 \text{ و } 12 \text{ موازی و } 20 \text{ و } 30 \text{ موازی)} \Rightarrow V_2 = 20 \times 2.5 = 50V$$

B ۱۸۳۵-گزینه (۳)



$$\begin{cases} 8I_1 = 24I_2 \\ I_1 + I_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow I_2 = 1A, I_1 = 3A$$

$$\begin{cases} V_C - V_A = 6I_1 = 6 \times 3 = 18V \\ V_C - V_B = 8I_2 = 8 \times 1 = 8V \end{cases} \Rightarrow |V_A - V_B| = 10V$$

B ۱۸۳۶-گزینه (۴) با توجه به موازی بودن R_3 و R_4 جریان I_2 را به‌دست می‌آوریم:

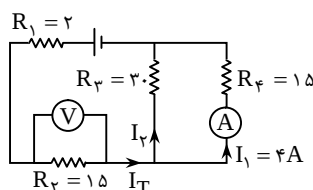
$$30 \cdot I_2 = 15I_1 \Rightarrow 30 \cdot I_2 = 15 \times 4 \Rightarrow I_2 = 2A$$

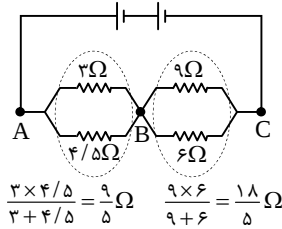
با توجه به قانون جریان‌ها، جریان کل مدار برابر است با:

$$I_T = I_1 + I_2 = 4 + 2 = 6A$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت 15 اهمی را نشان می‌دهد:

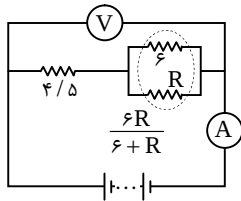
$$V = 15I_T = 15 \times 6 = 90\Omega$$





B ۱۸۳۷-گزینهی (۲) در شاخه‌های سری AB و BC جریان‌ها یکی است و نسبت ولتاژها برابر نسبت مقاومت‌ها است.

$$\frac{V_{BC}}{V_{AB}} = \frac{R_{BC}I}{R_{AB}I} = \frac{\frac{18}{5}}{\frac{9}{5}} = 2$$



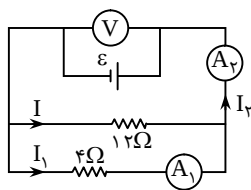
B ۱۸۳۸-گزینهی (۲) آمپرسنج، جریان مدار را نشان می‌دهد و ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه‌ی مقاومت‌های مدار را.

$$R_T = \frac{V}{I} = \frac{6}{1} = 6\Omega$$

$$R_T = 4/5 + \frac{6R}{6+R} \Rightarrow 6 = 4/5 + \frac{6R}{6+R} \Rightarrow \frac{6R}{6+R} = 1/5$$

$$\Rightarrow 6R = 9 + 1/5 R \Rightarrow 4/5 R = 9 \Rightarrow R = 2\Omega$$

B ۱۸۳۹-گزینهی (۳) اختلاف پتانسیل دو سر پیل ۱۲ ولت است پس ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی ۱۲ و ۴ اهمی نیز ۱۲ ولت است.

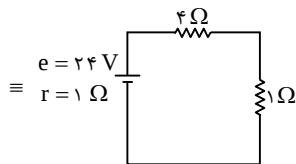
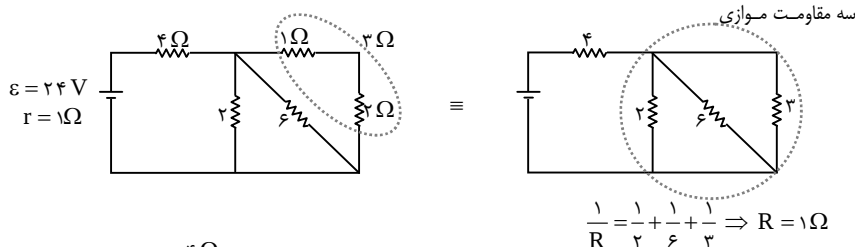


$$V = RI \Rightarrow 12 = 12I \Rightarrow I = 1A$$

$$V = RI \Rightarrow 12 = 4I_1 \Rightarrow I_1 = 3A \quad \text{آمپرسنج } A_1$$

$$I_v = I_1 + I = 1 + 3 \Rightarrow I_v = 4A \quad \text{آمپرسنج } A_v$$

B ۱۸۴۰-گزینهی (۱)



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{24}{1 + 5} = 4A$$

$$q = I \cdot t \Rightarrow 100 = 4t \Rightarrow t = 25h$$

B ۱۸۴۱-گزینهی (۲) سه مقاومت ۸Ω، ۴Ω و ۸Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها ۲Ω می‌شود.

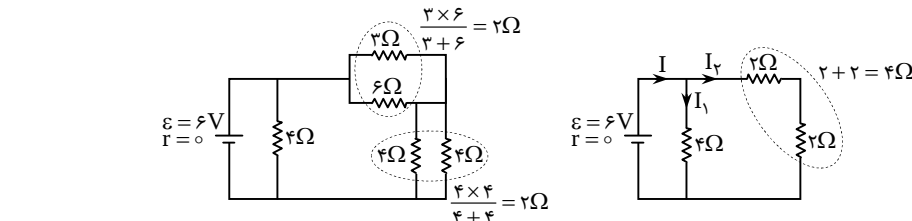
$$R_T = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$I = \frac{V_T}{R_T} = \frac{9}{6} = 1/2 A$$

$$8I_1 = 8I_2 = 4I_3 \Rightarrow I_1 = I_2 = 1/4 I_3$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = I = 1/2 \Rightarrow 1/4 I_3 + I_3 + 1/4 I_3 = 1/2 \Rightarrow I_3 = 1/5 A$$

B ۱۸۴۲-گزینهی (۱) ابتدا مقاومت معادل مدار را با توجه به شکل‌های رسم شده به دست آورده سپس جریان مدار را محاسبه می‌کنیم.



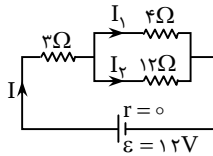
$$R_T = \frac{4 \times 4}{4 + 4} = 2A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{6}{2} = 3A$$

جریان مدار که ۳A است بین دو مقاومت موازی ۴ اهمی به طور مساوی تقسیم می‌شود.

جریان ۱/۵A به دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی موازی می‌رسد و به نسبت وارون مقاومت‌ها از آن‌ها عبور می‌کند.

$$I_6 = \frac{3}{3 + 6} I = \frac{3}{3 + 6} \times 1/5 = 1/15 A$$



۱۸۴۳- گزینه ی (۴) مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی موازی و حاصل آن‌ها با مقاومت ۳ اهمی موازی است پس مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_T = 3 + \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{12}{0 + 6} = 2A$$

دو مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی موازی هستند و اختلاف پتانسیل آن‌ها یکسان است:

$$\left. \begin{aligned} 4I_1 &= 12I_2 \Rightarrow I_1 = 3I_2 \\ I_1 + I_2 &= I \Rightarrow I_1 + I_2 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_2 = 0.5A, I_1 = 1.5A$$

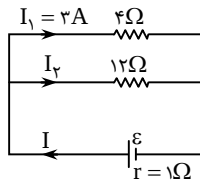
۱۸۴۴- گزینه ی (۳) مقاومت ۴Ω و ۶Ω موازی اند پس ولتاژ دو سر آن‌ها برابر است:

$$4I_1 = 12I_2 \Rightarrow 4 \times 3 = 12 \times I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 3 = 4A$$

با توجه به قانون جریان‌ها:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{4 \times 12}{4 + 12}} \Rightarrow \varepsilon = 16V$$



۱۸۴۵- گزینه ی (۱) دو مقاومت ۱۵ و ۱۰ اهمی موازی هستند.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow 10I_1 = 15I_2 \Rightarrow 10I_1 = 15 \times 1 \Rightarrow I_1 = 1.5A$$

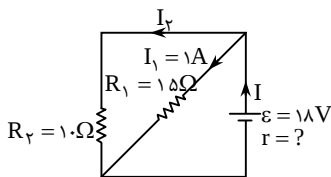
جریان کل مدار برابر می‌شود با:

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 1.5 = 2.5A$$

مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{10 \times 15}{10 + 15} = \frac{150}{25} = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 2.5 = \frac{18}{r + 6} \Rightarrow r = 1.2\Omega$$



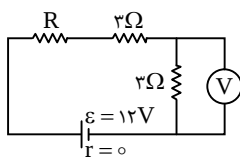
۱۸۴۶- گزینه ی (۲) با توجه به عدد ولت‌سنج جریان عبوری از مدار محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{4/5}{3} = 1/5A$$

سه مقاومت ۳ اهم، ۳ اهم و R متوالی هستند:

$$R_T = 3 + 3 + R = 6 + R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow 1/5 = \frac{12}{0 + 6 + R} \Rightarrow R = 2\Omega$$



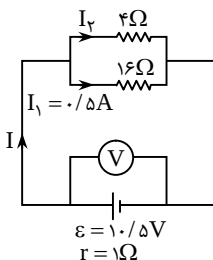
۱۸۴۷- گزینه ی (۲) ابتدا جریان مدار را محاسبه می‌کنیم. دو مقاومت ۴ و ۱۶ اهمی موازی هستند.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow 16I_1 = 4I_2 \Rightarrow 16 \times 0.5 = 4I_2 \Rightarrow I_2 = 2A$$

$$I = I_1 + I_2 = 0.5 + 2 = 2.5A$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر پیل را به‌دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 10.5 - 2.5 \times 1 \Rightarrow V = 8V$$



* توجه کنید ولت‌سنج موازی با هریک از مقاومت‌ها است بنابراین: $V = 0.5 \times 16 = 8V$

۱۸۴۸- گزینه ی (۳) در هر سه شکل، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر پیل یعنی $\varepsilon - Ir$ را نشان می‌دهد وجود مقاومت درونی پیل ناچیز است

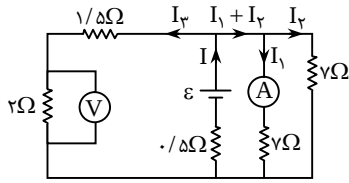
($r = 0$) ولت‌سنج‌ها کمکی مقدار ε را نشان می‌دهند اگر مقاومت درونی پیل ناچیز نباشد. در حالتی اختلاف پتانسیل دو سر پیل بیش‌تر است که

جریان کم‌تری در مدار وجود داشته باشد و چنین حالتی وقتی امکان‌پذیر است که مقاومت مدار بیش‌تر باشد. بین این سه گزینه مقاومت معادل مدار

(۲) از بقیه بیش‌تر است:

$$R_{T1} = \frac{3R}{4}, R_{T2} = 3R, R_{T3} = \frac{R}{3}$$

B ۱۸۴۹-گزينه‌ی (۱) با توجه به عدد ولت‌سنج جریان عبوری از شاخه‌ی سمت چپ مشخص می‌شود.



$$I_T = \frac{V}{R} \Rightarrow I_T = \frac{4}{2} = 2A$$

آمپرسنج جریان I_T را نشان می‌دهد. دو مقاومت ۷ اهمی با هم برابر و موازی هستند و جریان برابر دارند.

$$I_1 = I_T = 1A$$

$$I = I_1 + I_T + I_2 = 1 + 1 + 2 = 4A$$

دو مقاومت ۱/۵ اهم و ۲ اهم متوالی و حاصل آن‌ها با دو مقاومت ۷ اهمی موازی است.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{3/5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \Rightarrow R_T = 1/75$$

در مدار روبه‌رو داریم:

$$4 = \frac{\epsilon}{1/5 + 1/75} \Rightarrow \epsilon = 9V$$

B ۱۸۵۰-گزينه‌ی (۳) با توجه به شکل‌ها مقاومت معادل $4/5 \Omega$ است پس جریان مدار برابر

است با:

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_T} = \frac{15}{1/5 + 4/5} = 3A$$

اختلاف پتانسیل دو سر پیل برابر است با:

$$V = \epsilon - Ir = 15 - 3 \times 1/5 \Rightarrow V = 13/5 V$$

A ۱۸۵۱-گزينه‌ی (۲) در مداری جریان کمتر است که مقاومت بیش‌تری داشته باشد.

در مدار (۱) مقاومت معادل $\frac{R}{3}$ ، در مدار (۲) مقاومت معادل $3R$ ، در مدار (۳) مقاومت معادل $\frac{3R}{2}$ و در مدار (۴) مقاومت معادل $\frac{2R}{3}$ است.

B ۱۸۵۲-گزينه‌ی (۱) مقاومت‌های R و $\frac{R}{3}$ و $\frac{R}{2}$ با هم موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است.

$$RI_1 = \frac{R}{2} I_T \Rightarrow R \times 2 = \frac{R}{2} \times I_T \Rightarrow I_T = 4A$$

$$RI_1 = \frac{R}{3} I_T \Rightarrow R \times 2 = \frac{R}{3} \times I_T \Rightarrow I_T = 6A$$

بنا به قانون جریان‌ها، جریان کل مدار برابر است با:

$$I = I_1 + I_T + I_2 = 2 + 4 + 6 \Rightarrow I = 12A$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{2}{R} + \frac{3}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{6}$$

مقاومت معادل برابر است با:

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_T} \Rightarrow 12 = \frac{24}{1 + \frac{R}{6}} \Rightarrow R = 6\Omega$$

با توجه به جریان مدار داریم:

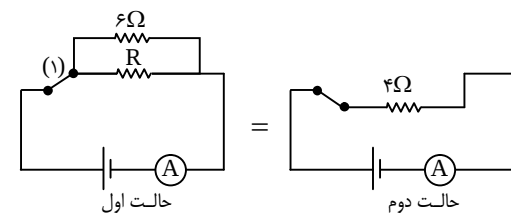
A ۱۸۵۳-گزينه‌ی (۴) وقتی کلید از حالت (۱) به (۲) می‌رود و آمپرسنج تغییر نمی‌کند

نتیجه می‌گیریم در هر دو حالت مقاومت معادل یکسان است. در حالت (۱) مقاومت

6Ω و R در مدار قرار داشته و موازی یکدیگرند و در حالت دوم تنها مقاومت 4Ω

در مدار است.

$$R_1 = R_2 \Rightarrow \frac{6R}{6 + R} = 4 \Rightarrow R = 12\Omega$$



B ۱۸۵۴-گزينه‌ی (۲) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 6Ω یعنی اختلاف پتانسیل در نقطه‌ی B و A. وقتی کلید باز است، مقاومت مدار ۶ اهم و

وقتی کلید بسته است مقاومت مدار 4Ω است.

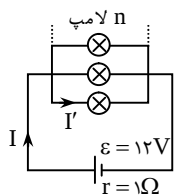
$$\frac{V}{V'} = \frac{RI}{RT'} = \frac{6I}{4I'} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{I}{I'} = \frac{2}{3} \quad (۱)$$

$$I = \frac{\epsilon}{r + R} = \frac{\epsilon}{r + 6}, \quad I' = \frac{\epsilon}{r + R'} = \frac{\epsilon}{r + 4} \quad (۲)$$

از طرفی داریم:

$$\xrightarrow{(۲), (۱)} \frac{\epsilon}{r + 6} = \frac{2}{3} \times \frac{\epsilon}{r + 4} \Rightarrow 3r + 20 = 2r + 24 \Rightarrow r = 4\Omega$$

B ۱۸۵۵- گزینه‌ی (۳) برای این که لامپ ۱۰ ولتی به طور عادی روشن شود باید به ولتاژ ۱۰ ولت وصل شود به عبارتی باید اختلاف پتانسیل دو سر پیل ۱۰ ولت شود.



$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 10 = 12 - 1 \times I \Rightarrow I = 2A$$

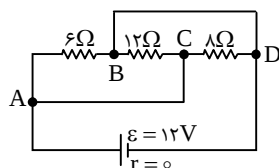
جریان هر لامپ برابر است با:

$$P = VI' \Rightarrow 5 = 10 \cdot I' \Rightarrow I' = 0.5A$$

با توجه به جریان کل ($I = 2A$) و جریان هر شاخه ($I' = 0.5A$) جریان باید به چهار شاخه تقسیم شده باشد:

$$n = \frac{I}{I'} = \frac{2}{0.5} = 4$$

C ۱۸۵۶- گزینه‌ی (۲) اگر مطابق شکل نقاط تقاطع مدار را نامگذاری کنیم، مشاهده می‌شود که دو نقطه‌ی C و A با هم، هم‌پتانسیل هستند (زیرا با سیم بدون مقاومت به هم وصل شده‌اند). به همین ترتیب دو نقطه‌ی D و B با هم، هم‌پتانسیل هستند. بنابراین می‌توان مدار را مجدداً به صورت ساده شده‌ی زیر رسم کرد:



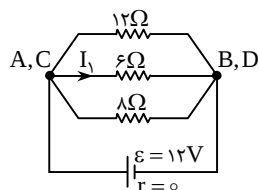
پس این سه مقاومت موازی هستند و ولتاژ هر سه برابر است با ولتاژ دو سر پیل:

$$V = \varepsilon - rI = 12 - 0 \times I = 12V$$

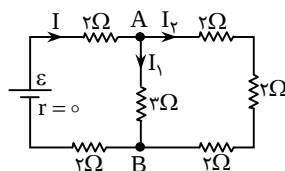
پس داریم:

$$V = 6I_1 \Rightarrow 12 = 6I_1 \Rightarrow I_1 = 2A$$

* سه مقاومت با یکدیگر موازی شده و اختلاف پتانسیل هریک از آن‌ها ۱۲V است بنابراین جریان مقاومت ۶Ω برابر ۲A خواهد بود.

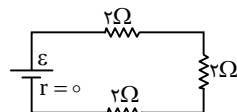


B ۱۸۵۷- گزینه‌ی (۲) سه مقاومت ۲ اهمی با هم متوالی و حاصل آن‌ها با مقاومت ۳ اهمی موازی است. و مقاومت معادل این مجموعه $R_{AB} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega$ می‌شود.



$$V_{AB} = R_{AB}I \Rightarrow I = \frac{4}{2} = 2A$$

مدار به صورت زیر ساده می‌شود:



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{0 + (2 + 2 + 2)} \Rightarrow \varepsilon = 12V$$

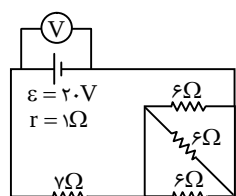
B ۱۸۵۸- گزینه‌ی (۴) سه مقاومت ۶ اهمی موازی هستند و مقاومت آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \Rightarrow R = 2\Omega$$

این مقاومت با مقاومت ۷ اهمی متوالی است.

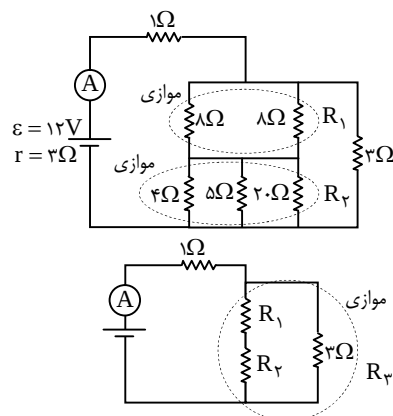
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{20}{1 + (7 + 2)} = 2A$$

ولت‌سنج $V = \varepsilon - rI$ را نشان می‌دهد.



$$V = 20 - 1 \times 2 = 18V$$

B ۱۸۵۹- گزینه‌ی (۴) ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



$$8 \text{ و } 8 \Rightarrow R_1 = \frac{8 \times 8}{8 + 8} = 4\Omega$$

$$4 \text{ و } 5 \text{ و } 20 \Rightarrow \frac{1}{R_C} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} \Rightarrow R_C = 2\Omega$$

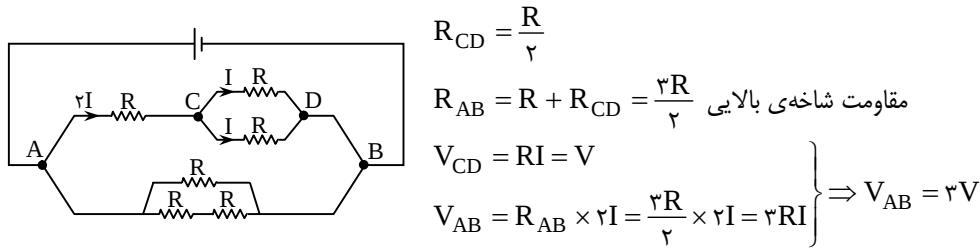
$$R_1 \text{ و } R_C \Rightarrow R_{1,C} = R_1 + R_C = 6\Omega$$

$$R_3 = \frac{R_{1,C} \times 3}{R_{1,C} + 3} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega$$

$$R_T = 1 + R_3 = 3\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{12}{3 + 3} \Rightarrow I = 2A$$

- B ۱۸۶۰- گزینه‌ی (۲) جریان هریک از مقاومت‌های R بین C و D را I می‌گیریم. جریان بین نقطه‌ی A و C، $\frac{1}{2}I$ می‌شود. شاخه‌ی بالا و پایین با هم موازی هستند و V_{AB} ، ولتاژ دوسر هر دو شاخه است.



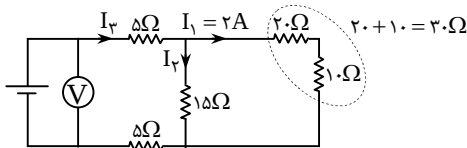
روش دیگر: در مقاومت‌های سری ولتاژها با هم جمع می‌شوند از طرفی مقاومت CD برابر $\frac{R}{2}$ است و مقاومت بین A و B در شاخه‌ی بالا برابر

$$R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

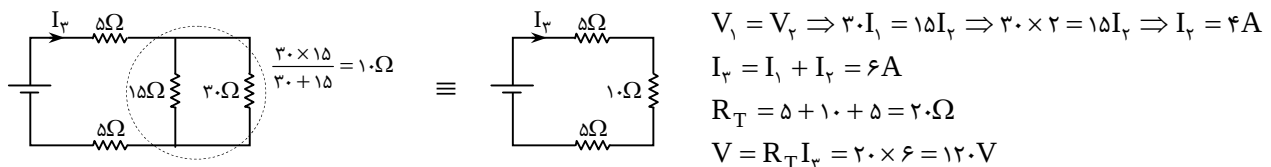
است. در مقاومت‌های سری ولتاژ با مقاومت رابطه‌ی مستقیم دارد. پس:

$$\frac{V_{AB}}{V_{CD}} = \frac{\frac{3R}{2}}{\frac{R}{2}} = 3 \Rightarrow V_{AB} = 3V_{CD} = 3V$$

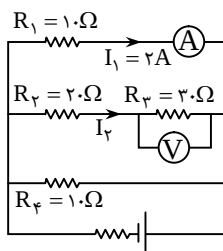
- B ۱۸۶۱- گزینه‌ی (۳)



۳۰ اهم و ۱۵ اهم موازی هم هستند:



- B ۱۸۶۲- گزینه‌ی (۴) مقاومت R_1 با حاصل دو مقاومت R_2 و R_3 موازی است و ولتاژ این دو شاخه یکسان است.



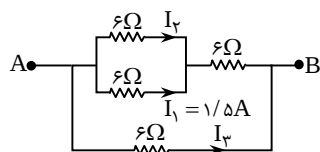
$$R_1 I_1 = (R_2 + R_3) I_2 \Rightarrow 10 \times 2 = (20 + 30) I_2 \Rightarrow I_2 = 0.4A$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 را نشان می‌دهد:

$$V = R_3 I_2 = 30 \times 0.4 \Rightarrow V = 12V$$

- B ۱۸۶۳- گزینه‌ی (۳) دو مقاومت ۶ اهمی حامل جریان‌های I_1 و I_2 موازی هستند و ولتاژ برابر داشته پس جریان آن‌ها نیز برابر می‌شود.

$$I_1 = I_2 = 1/5A$$



در شاخه‌ی بالا جریان $I_1 + I_2 = 3A$ برقرار است و مقاومت شاخه‌ی بالا 9Ω است. $\frac{6 \times 6}{6 + 6} + 6 = 9\Omega$

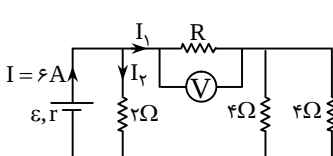
ولتاژ دو سر مدار یعنی ولتاژ دو سر هر یک از شاخه‌ها:

$$V_{AB} = 9(I_1 + I_2) = 9 \times 3 = 27V$$

- B ۱۸۶۴- گزینه‌ی (۲) دو مقاومت ۴ اهمی موازی و حاصل آن‌ها با R متوالی است:

$$\frac{4 \times 4}{4 + 4} + R = 2 + R$$

مقاومت $2 + R$ با مقاومت ۲ اهمی موازی است. جریان بین این دو مقاومت به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.



$$I_1 = \frac{2}{2 + (2 + R)} I = \frac{2}{4 + R} \times 6 = \frac{12}{4 + R} \Rightarrow I_1 = \frac{12}{4 + R}$$

از طرفی ولت‌سنج عدد ۴ ولت را برای ولتاژ دو سر R نشان می‌دهد.

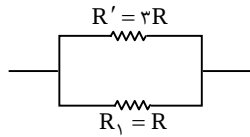
$$V = R I_1 \Rightarrow 4 = \frac{R \times 12}{4 + R} \Rightarrow 4 + R = 3R \Rightarrow R = 2\Omega$$

B ۱۸۶۵-گزینه (۳) در مسائلی که مقایسه یا محاسبه‌ی توان‌ها مطرح می‌شود با توجه به نوع مدار باید تقسیم جریان یا ولتاژ انجام شود و به این نکته نیز توجه شود که:

* در مقاومت‌های سری جریان یکسان بوده و با توجه به رابطه‌ی $P = RI^2$ توان متناسب با مقاومت است.

* در مقاومت‌های موازی ولتاژها یکسان بوده و با توجه به رابطه‌ی $P = \frac{V^2}{R}$ توان متناسب با عکس مقاومت است.

حال به حل تست بپردازیم:



$$\left. \begin{aligned} R_1 : P &= \frac{V_{AB}^2}{R_1} = \frac{V_{AB}^2}{R} \\ R' : P' &= \frac{V_{AB}^2}{R'} = \frac{V_{AB}^2}{3R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P}{P'} = 3$$

B ۱۸۶۶-گزینه (۲)

$$\begin{cases} I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \\ I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \end{cases}$$

□□□□: اگر دو مقاومت R_1 و R_2 موازی باشند، جریان عبوری از هر کدام برابر است با:

در این تست فرض می‌کنیم از مدار جریان I عبور می‌کند. بنابراین $\frac{16}{26}I$ از مقاومت‌های ۳ و ۷ اهمی و $\frac{10}{26}I$ از مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی می‌گذرد.

با توجه به رابطه‌ی $U = RI^2 t$ انرژی‌های گرمایی تولیدشده را به دست می‌آوریم:

$$U_3 = 3 \left(\frac{16}{26} I \right)^2 t = \frac{192}{169} I^2 t \quad U_{12} = 12 \left(\frac{5}{26} I \right)^2 t = \frac{300}{169} I^2 t$$

$$U_4 = 4 \left(\frac{10}{26} I \right)^2 t = \frac{400}{169} I^2 t \quad U_7 = 7 \left(\frac{16}{26} I \right)^2 t = \frac{448}{169} I^2 t$$

بنابراین مقاومت 7Ω بیشتر گرما تولید می‌کند.

کمی محاسباتش زیاد بود. اما یادتان باشد در تست‌های کنکور نیز به تست‌های محاسباتی‌تر از این هم بر می‌خورید.

البته نیازی به محاسبه U_3 و U_4 نبود. از آن اول می‌توانستیم بفهمیم که رقابت بین U_3 و U_4 است.

* فرض کنید جریان $2/68$ از مولد می‌گذرد بنابراین جریان شاخه‌ی بالا برابر $1/68A$ و جریان شاخه‌ی پایین برابر $1A$ خواهد بود.

$$P_{7\Omega} = 7 \times (1/6)^2, \quad P_{12\Omega} = 12 \times 1$$

بنابراین توان مقاومت 7Ω از توان سایر مقاومت‌ها بیش‌تر است.

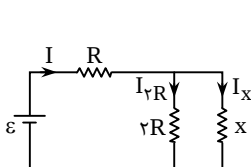
B ۱۸۶۷-گزینه (۲) برای هر مقاومت می‌توان نوشت:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 500 = \frac{220^2}{R}$$

وقتی دو مقاومت سری می‌شوند داریم:

$$P' = \frac{V^2}{2R} = \frac{220^2}{2R} \xrightarrow{\frac{220^2}{R} = 500} P' = \frac{1}{2} \times 500 = 250W$$

C ۱۸۶۸-گزینه (۳) جریان به نسبت وارون مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود.



$$I_x = \frac{2R}{2R + x} I$$

$$P_x = \frac{1}{2} P_R \Rightarrow x I_x^2 = \frac{1}{2} R I^2 \Rightarrow x \frac{4R^2 I^2}{(2R + x)^2} = \frac{1}{2} R I^2$$

$$\Rightarrow \frac{4Rx}{(2R + x)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4R^2 + 4Rx + x^2 = 8Rx \Rightarrow 4R^2 - 4Rx + x^2 = 0$$

$$\Rightarrow (2R - x)^2 = 0 \Rightarrow x = 2R$$

در حل این تست می‌توانیم از جایگذاری گزینه‌ها استفاده کرد و می‌توان به راحتی گزینه‌ی ۳ را انتخاب نمود.

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_r}{P_l} = \frac{R_l}{R_r} = \frac{R_l}{2R_l} = \frac{1}{2}$$

B ۱۸۶۹- گزینه‌ی (۴) اگر دو مقاومت موازی باشند داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_r}{P_l} = \frac{R_r}{R_l} = \frac{2R_l}{R_l} = 2$$

اگر دو مقاومت متوالی باشند داریم:

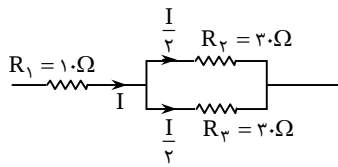
در مسأله $P_r = 4P_l$ است، پس دو مقاومت موازی یا سری نیستند.

B ۱۸۷۰- گزینه‌ی (۳) اختلاف پتانسیل دو سر دو مدار یکسان است پس:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_l}{P_r} &= \frac{\frac{V^2}{R_l}}{\frac{V^2}{R_r}} = \frac{R_r}{R_l} \\ R_l &= \frac{R}{3}, R_r = \frac{2R}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_l}{P_r} = \frac{\frac{2R}{3}}{\frac{R}{3}} = \frac{2}{1}$$

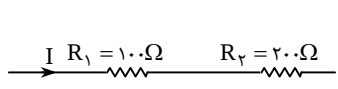
B ۱۸۷۱- گزینه‌ی (۲) جریان در مقاومت R_r و R_3 مساوی تقسیم می‌شود.

زیرا این دو مقاومت موازی و برابر هستند.



$$\frac{P_r}{P_l} = \frac{R_r \left(\frac{I}{2}\right)^2}{R_l I^2} = \frac{20 \times \frac{1}{4} I^2}{10 I^2} = \frac{1}{2}$$

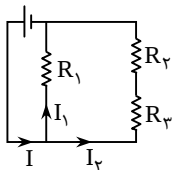
A ۱۸۷۲- گزینه‌ی (۳) ابتدا جریان را به دست می‌آوریم در مقاومت‌های سری (متوالی) شدت جریان‌ها یکی است. سپس توان P_l را محاسبه می‌کنیم.



$$\left. \begin{aligned} P_r &= 50 \text{ W} \\ P_r &= R_r I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 50 = 20 \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{2.5} \text{ A}$$

$$P_l = R_l I^2 = 10 \times (\sqrt{2.5})^2 = 25 \text{ W}$$

B ۱۸۷۳- گزینه‌ی (۴) R_r و R_3 با هم متوالی و حاصل آن‌ها با R_l موازی است. جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها بین این شاخه‌ها تقسیم می‌شود.



$$I_1 = \frac{R_{2,3}}{R_{2,3} + R_l} \times I = \frac{2R}{3R + R_l} I = \frac{2I}{3} \Rightarrow I_1 = \frac{2I}{3}$$

$$I_r = \frac{R_l}{R_{2,3} + R_l} \times I = \frac{R}{3R + R_l} I = \frac{I}{3} \Rightarrow I_r = \frac{I}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} P_r &= R_r I_r^2 \\ P_l &= R_l I_l^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_r}{P_l} = \frac{R \left(\frac{I}{3}\right)^2}{R \left(\frac{2I}{3}\right)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow P_l = 20 \text{ W}$$

B ۱۸۷۴- گزینه‌ی (۱)

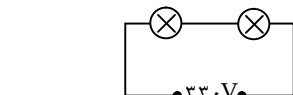
$$P = RI'^2 \rightarrow 16 = 4I'^2 \rightarrow I' = 2 \text{ A}$$

$$(2 + 4)I' = 3I'' \rightarrow 6 \times 2 = 3I'' \Rightarrow I'' = 4 \text{ A}$$

$$I = I' + I'' = 2 + 4 = 6 \text{ A}$$

$$V_{AB} = R_T I \Rightarrow 30 = R_T \times 6 \Rightarrow R_T = 5 \Omega$$

$$R_T = 2 + \frac{6 \times 3}{6 + 3} + R \rightarrow 5 = 2 + 2 + R \rightarrow R = 1 \Omega$$



B ۱۸۷۵- گزینه‌ی (۳) این دو لامپ دارای توان اسمی ۸۰ W و ولتاژ اسمی ۲۲۰ هستند. اما در این مدار

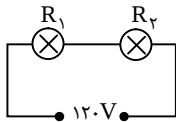
ولتاژی که به هریک تعلق می‌یابد $\frac{330}{2} = 165 \text{ V}$ است. حال توان مصرفی هر لامپ را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} P_m &= \frac{V_m^2}{R} \\ P &= \frac{V^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_m}{P} = \frac{V_m^2}{V^2} \Rightarrow \frac{P_m}{P} = \frac{165^2}{220^2} \Rightarrow P = \frac{165^2 \times 80}{220^2} = \frac{(11 \times 15)^2 \times 80}{(11 \times 20)^2} = \frac{9 \times 80}{16} = 45 \text{ W}$$

B ۱۸۷۶-گزینه (۴) ولتاژ اسمی هر دو لامپ $V_m = 120V$ و توان اسمی آن‌ها به ترتیب $P_{m_1} = 40W$ و $P_{m_2} = 100W$ است. ابتدا با کمک این داده‌ها مقاومت هر لامپ را به دست می‌آوریم:

$$P_m = \frac{V_m^2}{R} \Rightarrow \begin{cases} 40 = \frac{120^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = 360\Omega \\ 100 = \frac{120^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 144\Omega \end{cases}$$

حال این دو مقاومت به شکل متوالی در مدار قرار دارند و مقاومت کل آن‌ها برابر 504Ω است.



$$R_T = R_1 + R_2 = 504\Omega \Rightarrow R_T \text{ متوالی}$$

$$P_T = \frac{V_T^2}{R_T} = \frac{120 \times 120}{504} = \frac{40 \times 40}{56} = \frac{220}{7} < 40W$$

B ۱۸۷۷-گزینه (۳)

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 90 = \frac{220^2}{R} \Rightarrow R = \frac{220^2}{90}$$

$$R_T = 3R \Rightarrow P_T = \frac{V^2}{3R} = \frac{220^2}{3 \times \frac{220^2}{90}} = \frac{90}{3} = 30W$$

نتیجه: هرگاه n لامپ یکسان با توان اسمی P_1 به طور سری به برق شهر متصل شوند توان مصرفی کل برابر $\frac{P_1}{n}$ و توان مصرفی هر لامپ در

$$\text{این حالت } \frac{P_1}{n} \text{ است. } P'_1 = \frac{P_1}{n}, P'_T = \frac{P_1}{n^2}$$

C ۱۸۷۸-گزینه (۱)

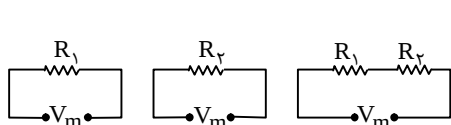
$$P_{m_1} = \frac{V_m^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{220^2}{40}, P_{m_2} = \frac{V_m^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{220^2}{60}$$

$$P_{m_1} = 40, P_{m_2} = 60$$

$$R_T = R_1 + R_2 = \frac{220^2}{40} + \frac{220^2}{60} = 220^2 \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{60} \right) = 220^2 \times \frac{1}{24}$$

$$I = \frac{V_I}{R_T} = \frac{220}{220^2 \times \frac{1}{24}} = \frac{24}{220} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = R_1 I^2 = \frac{220^2}{40} \times \frac{24^2}{220^2} = 14/4W \\ P_2 = R_2 I^2 = \frac{220^2}{60} \times \frac{24^2}{220^2} = 9/6W \end{cases}$$

در حالت کلی می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{aligned} P_{m_1} &= \frac{V_m^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V_m^2}{P_{m_1}} \\ P_{m_2} &= \frac{V_m^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{V_m^2}{P_{m_2}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{سری } R_2, R_1} R_T = \frac{V_m^2}{P_{m_1}} + \frac{V_m^2}{P_{m_2}}$$

$$P_T = \frac{V_m^2}{R_T} = \frac{V_m^2}{\frac{V_m^2}{P_{m_1}} + \frac{V_m^2}{P_{m_2}}} \Rightarrow \frac{1}{P_T} = \frac{1}{P_{m_1}} + \frac{1}{P_{m_2}}$$

چون مقاومت‌ها سری هستند، مقاومت بزرگ‌تر دارای توان مصرفی بیش‌تری است.

با توجه به رابطه $R = \frac{V_m^2}{P_m}$ ، لامپی که توان اسمی‌اش بزرگ‌تر است، مقاومتش کوچک‌تر است.

$$P_{m_1} > P_{m_2} \Rightarrow R_1 < R_2 \Rightarrow P'_1 < P'_2$$

نتیجه ۱: هرگاه دو لامپ به طور سری به برق شهر متصل شوند لامپی که دارای توان اسمی بیش‌تری است، توان مصرفی‌اش کم‌تر است. به همین دلیل برای به دست آوردن توان مصرفی هر لامپ، توان مصرفی کل را می‌توان به نسبت وارون توان‌های اسمی تقسیم کرد.

$$P'_1 = \frac{P_T}{P_{m_1} + P_{m_2}} \times P_{m_2}, \quad P'_2 = \frac{P_T}{P_{m_1} + P_{m_2}} \times P_{m_1}$$

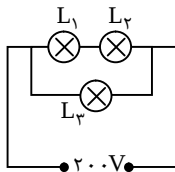
نتيجه‌ی ۲: اگر لامپ‌ها يکسان و تعداد آن‌ها n باشد:

$$P_T = \frac{P_{m_1}}{n}, \quad P_1' = \frac{P_{m_1}}{n^2}$$

البته راه حل کلی این است که مقاومت هریک را با توجه به ولتاژ اسمی و توان اسمی داده شده به دست می‌آوریم سپس جریان را محاسبه کرده، با استفاده از $P = RI^2$ توان مصرفی هریک را به دست آورده و سپس توان‌های مصرفی را با هم جمع کرده، توان مصرفی کل به دست می‌آید. به این نکته توجه کنید که اگر توان‌های مصرفی چند مقاومت مشخص باشد، توان مصرفی کل در هر صورت از جمع توان‌های مصرفی هر یک از مقاومت به دست می‌آید و به نحوه‌ی بسته شدن مقاومت‌ها ربطی ندارد.

B ۱۸۷۹-گزينه‌ی (۴) لامپ L_3 که دارای ولتاژ اسمی ۲۰۰ ولت است به ولتاژ ۲۰۰ ولت وصل شده است

بنابراین توان مصرفی آن نیز برابر توان اسمی است:



$$L_3 : V_m = 200V$$

$$P_m = 100W$$

$$V = V_m = 200V \Rightarrow P = P_m = 100W$$

برای لامپ L_1 و L_2 ، ابتدا مقاومت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$L_1, L_2 : P_m = \frac{V_m^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{200^2}{R}$$

$$\Rightarrow R = 400\Omega$$

ولتاژ دو سر لامپ $200V$ است، پس توان مصرفی آن‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} R_{1,2} &= R_1 + R_2 = 400 + 400 = 800\Omega \\ V_{1,2} &= 200V \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{1,2} = \frac{V_{1,2}^2}{R_{1,2}} = \frac{40000}{800} = 50W$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 50 = 150W$$

البته می‌توان به این ترتیب نیز عمل کرد که ابتدا مقاومت معادل را بیابیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{200^2}{R} \Rightarrow R_1 = R_2 = R_3 = 400\Omega$$

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 400 + 400 = 800\Omega$$

$$R_T = \frac{R_3 \times R_{1,2}}{R_3 + R_{1,2}} = \frac{400 \times 800}{400 + 800} = \frac{800}{3}\Omega$$

$$P_T = \frac{V_T^2}{R_T} = \frac{40000}{\frac{800}{3}} = 150W$$

B ۱۸۸۰-گزينه‌ی (۲) راه حل اول: حداکثر توان در مقاومت‌ها مربوط به تک مقاومتی است که با دو مقاومت موازی دیگر به صورت سری بسته شده

است. زیرا جریان آن بیش‌تر از دو مقاومت دیگر است.

$$\text{توان مقاومت سری} = 60W$$

$$\text{توان مقاومت‌های موازی} = \left(\frac{I}{2}\right)^2 \cdot R = \frac{1}{4} RI^2 = \frac{1}{4} \times 60 = 15W$$

$$\text{توان کل} = 60 + 15 + 15 = 90W$$

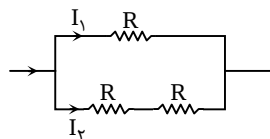
راه حل دوم: ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم. سپس توان کل را حساب می‌کنیم.

$$P = I_m^2 \times \left(\frac{3}{4}R\right) = \frac{3}{4} RI_m^2 = \frac{3}{4} \times 60 = 90W$$

اما چرا ما در این جا I_m قرار دادیم؟!

زیرا حداکثر جریانی که از مقاومت R می‌گذرد I_m است، که به صورت سری در مدار قرار گرفته است، یعنی حداکثر جریان مدار برابر جریان اسمی هریک از مقاومت‌ها است.

B ۱۸۸۱- گزینه‌ی (۲) مقاومت شاخه‌ی بالا نصف شاخه‌ی پایین است. پس جریان آن دو برابر شاخه‌ی پایین است.



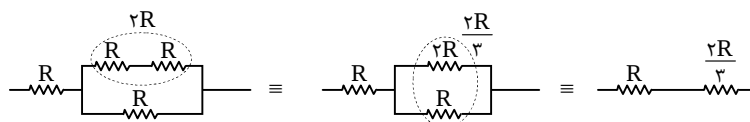
$$RI_1 = 2RI_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

توان مصرفی مقاومتی که بیش‌ترین جریان را از خود عبور می‌دهد برابر توان اسمی یعنی $10W$ می‌گیریم. توان مصرفی بقیه‌ی مقاومت‌ها با توجه به رابطه‌ی $P = RI^2$ به دست می‌آید. جریان مقاومت‌های شاخه‌ی

پائین نصف شاخه‌ی بالا است. پس توان مصرفی هریک از آن‌ها $\frac{1}{4}$ توان مقاومت بالا است.

$$P = 10 + \frac{1}{4} \times 10 + \frac{1}{4} \times 10 = 15W$$

C ۱۸۸۲- گزینه‌ی (۴)



ولتاژ کل بین دو مقاومت سری به نسبت مقاومت‌ها تقسیم می‌شود پس به مقاومت R ولتاژ بیش‌تری تعلق می‌گیرد و احتمال سوختن آن بیش‌تر است. پس توان

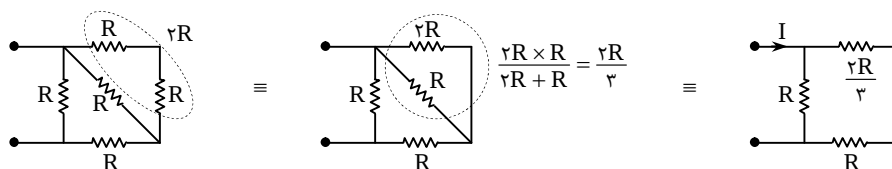
مصرفی مقاومت R را برابر 9 وات می‌گیریم و توان مصرفی مقاومت $\frac{2R}{3}$ برابر 6 وات می‌شود. پس حداکثر توان مدار برابر $9 + 6 = 15$ وات می‌شود.

C ۱۸۸۳- گزینه‌ی (۳) اگر جریان شاخه‌ی اصلی مدار I باشد بین شاخه‌ی سمت چپ و راست تقسیم می‌شود. از شاخه‌ی سمت چپ که مقاومت آن

R و از شاخه‌ی سمت راست کم‌تر است، جریان بیش‌تری عبور می‌کند و احتمال سوختن آن بیش‌تر است. پس توان این مقاومت از بقیه بیش‌تر بوده

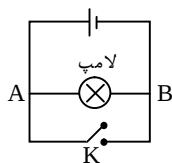
و حداکثر 120 وات است. شاخه‌ی سمت راست دارای مقاومت $\frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3}$ است و با توجه به رابطه‌ی $(P \propto \frac{1}{R})P = \frac{V^2}{R}$ ، توان آن

$$P_T = 120 + 72 = 192W \text{ وات می‌باشد و توان کل برابر است:}$$

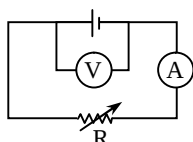


B ۱۸۸۴- گزینه‌ی (۳) وقتی کلید وصل می‌شود، بر اثر اتصال کوتاه، تمام جریان از کلید عبور کرده و

جیرانی از لامپ عبور نمی‌کند و لامپ خاموش می‌شود.



بدانید: هرگاه دو نقطه از یک مدار مانند نقطه‌های A و B در مدار روبه‌رو با یک سیم بدون مقاومت به هم متصل شوند، پتانسیل دو نقطه برابر شده و اختلاف پتانسیل بین A و B صفر شده و دو نقطه در حکم یک نقطه از مدار هستند، این حالت را اتصال کوتاه گویند.



B ۱۸۸۵- گزینه‌ی (۳) با افزایش مقاومت مدار، جریان مدار کاهش می‌یابد. پس آمپرسنج مقدار کم‌تری

نشان می‌دهد. ولت‌سنج $V = \varepsilon - Ir$ را نشان می‌دهد. در سؤال مشخص نشده است که مقاومت درونی

پیل صفر است یا خیر. اگر $r = 0$ باشد با کاهش I ، V ثابت می‌ماند و تغییری نمی‌کند ولی اگر $r \neq 0$ باشد، با کاهش I ، V افزایش می‌یابد. فقط گزینه‌ی (۳) می‌تواند بین ۴ گزینه جواب درست باشد.

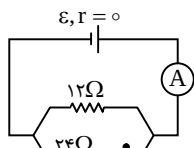
B ۱۸۸۶- گزینه‌ی (۱) با افزایش R ، جریان کم و طبق رابطه‌ی $V = \varepsilon - Ir$ ، V زیاد می‌شود.

$$R = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow V = \varepsilon - Ir = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{r} \times r = 0$$

$$R \rightarrow \infty \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R} \rightarrow 0 \Rightarrow V = \varepsilon - Ir \rightarrow \varepsilon$$

یعنی ولت‌سنج ابتدا صفر و در نهایت ε را نشان می‌دهد.

B ۱۸۸۷- گزینه‌ی (۱) وقتی کلید باز است فقط مقاومت 12 اهمی در مدار قرار دارد:



$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{0 + 12} = \frac{\varepsilon}{12} = 2 \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

وقتی کلید بسته است مقاومت 24 موازی با 12 می‌شود.

$$R_T = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = 8\Omega$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{24}{8} = 3A$$

C ۱۸۸۸- گزینه‌ی (۴) با خاموش شدن لامپ A، یک مقاومت موازی از مدار حذف و مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

در ابتدا مقاومت معادل ۳ لامپ A، B و C برابر است با:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

با حذف لامپ A، مقاومت معادل ۲ لامپ B و C برابر است با:

$$\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} > \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \Rightarrow \frac{1}{R_1} > \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_1 < R_2$$

یعنی با حذف لامپ A مقاومت معادل مدار زیاد می‌شود و جریان مدار کاهش می‌یابد. بنابراین نور لامپ L کاهش می‌یابد. ولی در مورد نور لامپ‌های B و C مطلب کمی مفصل‌تر است.

اختلاف پتانسیل دو سر پیل بین لامپ L و لامپ‌های B و C تقسیم می‌شود.

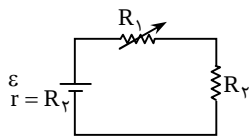
$$V_{\text{پیل}} = V_L + V_{B,C}$$

با کاهش جریان مدار، اختلاف پتانسیل دوسر پیل ($V_{\text{پیل}} = \varepsilon - Ir$)، افزایش می‌یابد. و $V_L = R_L I$ کاهش می‌یابد. پس اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های موازی افزایش می‌یابد. این لامپ‌ها موازی بوده یعنی ولتاژ دو سر هریک افزایش می‌یابد پس جریان عبوری از هریک از لامپ‌های B و C زیاد و نور آن‌ها نیز زیادتر می‌شود.

$$V_{B,C} = V_{\text{پیل}} - V_L = (\varepsilon - \underbrace{Ir}_{\text{افزایش}}) - \underbrace{IR_L}_{\text{افزایش}} \Rightarrow V_B \uparrow = V_C \uparrow = V_{B,C} \uparrow$$

$$I_B \uparrow = \frac{V_B \uparrow}{R_B}, \quad I_C \uparrow = \frac{V_C \uparrow}{R_C}$$

B ۱۸۸۹- گزینه‌ی (۱) ولتاژ دو سر R_1 برابر است با:



$$V_1 = R_1 I = R_1 \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_2} \Rightarrow V_1 = \frac{R_1 \varepsilon}{r + R_1 + R_2}$$

$$R_1 = 0 \Rightarrow V_1 = 0$$

$$R_1 \rightarrow \infty \Rightarrow V_1 \rightarrow \varepsilon$$

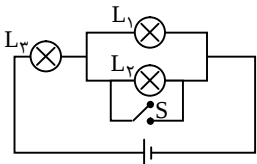
وقتی $R_1 = 0$ است داریم:

و وقتی $R_1 \rightarrow \infty$ داریم:

پس ولتاژ از صفر به سمت ε می‌رود.

C ۱۸۹۰- گزینه‌ی (۳) وقتی کلید باز است مقاومت مدار $3R$ و وقتی کلید بسته است مقاومت مدار $2R$ است. پس جریان مدار به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{r + R_2}}{\frac{\varepsilon}{r + R_1}} = \frac{\frac{\varepsilon}{2R}}{\frac{\varepsilon}{3R}} = \frac{3}{2}$$



B ۱۸۹۱- گزینه‌ی (۲) با بستن کلید S، لامپ‌های L_1 و L_2 از مدار حذف می‌شوند. دقت کنید که لامپ‌های

L_1 و L_2 موازی بوده و هر کدام اتصال کوتاه می‌شود، دیگری نیز اتصال کوتاه می‌شود. پس لامپ‌های L_1 و L_2 خاموش می‌شوند. حذف L_1 و L_2 از مدار، سبب می‌گردد که مقاومت معادل کم شده و جریان مدار زیاد شود، پس لامپ L_3 پرنور می‌شود.

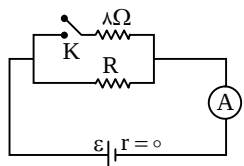
B ۱۸۹۲- گزینه‌ی (۱) با تغییر مقاومت مدار، جریان مدار تغییر می‌کند. اما با تغییر مقاومت مدار عدد ولت‌سنج تغییر محسوسی نکرده است در صورتی

در رابطه‌ی $V = \varepsilon - Ir$ ، V ثابت می‌ماند که $r = 0$ باشد. با بستن کلید مقاومت مدار از R به $\frac{R}{2}$ تبدیل می‌شود و طبق رابطه‌ی

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \stackrel{(r=0)}{=} \frac{\varepsilon}{R}$$

با نصف شدن مقاومت مدار در مخرج کسر، جریان دو برابر می‌شود.

B ۱۸۹۳- گزینه‌ی (۴) وقتی کلید باز است فقط مقاومت R در مدار قرار دارد.



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{0 + R} \Rightarrow \varepsilon = 0.5R$$

وقتی کلید را ببندیم، مقاومت مدار $\frac{8R}{\lambda + R}$ می‌شود (8Ω و R موازی هستند).

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{0 + \frac{8R}{\lambda + R}} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{\frac{8R}{\lambda + R}} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{8R} (\lambda + R) \Rightarrow \frac{\varepsilon}{8R} (\lambda + R) = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow \lambda + R = 8R \Rightarrow R = 7\lambda$$

۱۸۹۴- گزینه‌ی (۴) C با وصل کلید، یک مقاومت موازی به مدار اضافه می‌شود. اضافه شدن یک مقاومت موازی به مدار باعث کاهش مقاومت مدار می‌شود. به عنوان مثال اگر دو مقاومت A و B موازی باشند و C به طور موازی اضافه شود داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \\ \frac{1}{R'} &= \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{R'} > \frac{1}{R} \Rightarrow R' < R$$

پس جریان مدار افزایش می‌یابد و $V_p = R_p I$ نیز زیاد می‌شود.

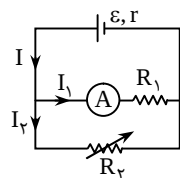
برای بررسی V_1 داریم:

$$V_{\text{پیل}} = V_1 + V_p \Rightarrow V_1 = V_{\text{پیل}} - V_p = \varepsilon - Ir - R_p I \uparrow \Rightarrow V_1 \text{ کاهش می‌یابد}$$

۱۸۹۵- گزینه‌ی (۴) C با کاهش مقاومت R_p ، مقاومت مدار نیز کم می‌شود.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_p} \downarrow \Rightarrow R_T \downarrow$$

با کاهش R_T ، جریان مدار زیاد می‌شود. ولتاژ دو سر R_1 و R_p برابر ولتاژ دو سر پیل است. ولتاژ دو سر پیل طبق رابطه‌ی $V = \varepsilon - Ir$ ، با افزایش I، کاهش می‌یابد. پس ولتاژ دو سر R_1 نیز کاهش می‌یابد و جریان I_p کم شده و آمپرسنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد:



$$\downarrow I_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

۱۸۹۶- گزینه‌ی (۳) B با باز کردن کلید k، R_p از مدار خارج شده، مقاومت معادل $R_1 \square R_p$ و مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد. به همین علت جریان اصلی مدار I کاهش می‌یابد. اگر پیل مقاومت درونی داشته باشد افت پتانسیل پیل (Ir) کاهش می‌یابد و اختلاف پتانسیل دو سر مدار

افزایش می‌یابد. $(V = \varepsilon - Ir)$ از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر R_3 نیز کاهش می‌یابد $(V_p = IR_p)$ در این صورت:

$$V_{1,p} = V - V_p \Rightarrow \text{ولتاژ دو سر } R_1 \text{ زیاد می‌شود} \Rightarrow I_1 \uparrow = \frac{V_1}{R_1}$$

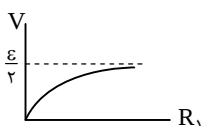
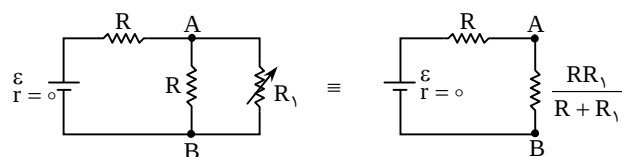
I_1 افزایش می‌یابد.

۱۸۹۷- گزینه‌ی (۲) B ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و دو سر پیل را نمایش می‌دهد.

$$V = IR \Rightarrow V = \frac{\varepsilon}{R+r} R \Rightarrow \begin{cases} 12 = \frac{\varepsilon}{6+r} \times 6 \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{6+r} \Rightarrow 12 + 2r = \varepsilon \\ 15 = \frac{\varepsilon}{15+r} \times 15 \Rightarrow 1 = \frac{\varepsilon}{15+r} \Rightarrow 15 + r = \varepsilon \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 18V$$

۱۸۹۸- گزینه‌ی (۲) C



$$I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{RR_1}{R+R_1}} = \frac{\varepsilon(R+R_1)}{R^2 + 2RR_1}$$

$$V_{AB} = \frac{RR_1}{R+R_1} \times I = \frac{RR_1}{R+R_1} \times \frac{\varepsilon(R+R_1)}{R(R+2R_1)} = \frac{\varepsilon R_1}{R+2R_1}$$

این تابع، هموگرافیک است.

$$R_1 \rightarrow \infty \Rightarrow V_{AB} \rightarrow \frac{\varepsilon}{2} \text{ (مجانِب افقی)}$$

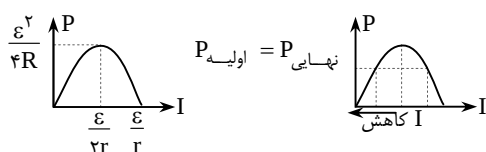
$$R_1 = 0 \Rightarrow V_{AB} = 0$$

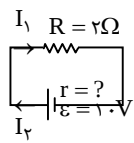
۱۸۹۹- گزینه‌ی (۴) C می‌دانیم $P = \varepsilon I - rI^2$ است که نمودار آن سهمی

است با افزایش مقاومت، شدت جریان کاهش می‌یابد. اگر $\frac{\varepsilon}{2r} < I < \frac{\varepsilon}{r}$

باشد، P افزایش می‌یابد. اگر $0 < I < \frac{\varepsilon}{2r}$ باشد، توان کاهش می‌یابد و

ممکن است مطابق شکل، توان نهایی و اولیه برابر شود.

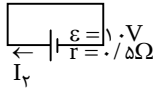




$$I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow I = \frac{1.0}{r + 2}$$

$$\Rightarrow 4r + 8 = 1.0 \Rightarrow r = 0.5 \Omega$$

B ۱۹۰۰- گزینه‌ی (۴) قبل از بستن کلید:



بعد از بستن کلید: مقاومت R به دلیل اتصال کوتاه حذف می‌شود و جریانی از آن عبور نمی‌کند:

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{1.0}{0.5} = 2.0 \text{ A}$$

B ۱۹۰۱- گزینه‌ی (۳) این نمونه سؤالات یکی از رایج‌ترین تست‌های کنکورهای سراسری و آزاد می‌باشند. اما منظور از پر نور و کم نورتر چیست؟

در لامپ‌های مشابه هنگامی می‌گوییم لامپ پر نورتر شده است که جریان عبوری از آن افزایش پیدا می‌کند و هنگامی می‌گوییم کم نورتر می‌شود که جریان عبوری از آن‌ها کمتر شود. در این حالت بهتر است لامپ‌ها را با یک مقاومت جایگزین کنید.

پس از توضیح قبل برای حل این گونه تست‌ها به نکات زیر توجه کنید:

۱- اگر لامپی از یک مجموعه سری بسوزد، کلیه‌ی لامپ‌های آن شاخه از کار می‌افتند.

۲- اگر لامپی به طور موازی با دیگری به مدار اضافه شود، مقاومت کاهش و اگر از مدار جدا شود، مقاومت افزایش خواهد یافت.

۳- اگر دو لامپ با هم موازی باشند و مقاومت درونی پیل صفر باشد و یکی از آن‌ها از کار بیفتد در نور لامپ دیگر تأثیری ایجاد نمی‌شود. ولی اگر مقاومت درونی پیل صفر نباشد نور لامپ دیگر افزایش می‌یابد.

۴- اگر دو سر لامپی به وسیله‌ی سیم بدون مقاومتی به هم وصل شود آن لامپ در مدار قرار ندارد. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم که اتصال کوتاه برقرار شده است. (این نکته در مورد مقاومت نیز صادق است).

۵- اگر در یک مدار که مقاومت درونی پیل صفر است، با تعدادی لامپ که به طور موازی به هم متصل شده‌اند تعداد دیگری لامپ موازی با آن‌ها ببندیم نور هیچکدام تغییر نخواهد کرد ولی اگر مقاومت درونی پیل صفر نباشد نور لامپ‌های دیگر کاهش می‌یابد.

در این تست لامپ L_1 از مدار خارج می‌شود. چون موازی است مقاومت مدار افزایش می‌یابد. بنابراین جریان عبوری از لامپ L_2 کمتر می‌شود. بنابراین کم نورتر می‌شود از طرفی طبق رابطه‌ی $V_1 = \varepsilon - R_p I$ با کاهش I ، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 افزایش می‌یابد و نور آن زیاد می‌شود.

B ۱۹۰۲- گزینه‌ی (۱) با افزایش مقاومت رئوسا، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد و جریان کل مدار کاهش می‌یابد در این صورت:

$$\downarrow V_1 = I_1 R_1 \Rightarrow \text{لامپ } L_1 \text{ کم نورتر می‌شود}$$

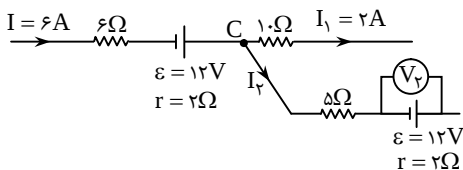
$$\uparrow V_2 = V - V_1 \downarrow \Rightarrow \text{لامپ } L_2 \text{ پر نورتر می‌شود}$$

B ۱۹۰۳- گزینه‌ی (۲) وصل کلید $\leftarrow$ اضافه شدن یک مقاومت موازی $\leftarrow$ کاهش مقاومت معادل مدار $\leftarrow$ افزایش جریان $\leftarrow$ کاهش V

B ۱۹۰۴- گزینه‌ی (۳) با کاهش مقاومت R_p مقاومت معادل کاهش می‌یابد. اما چون $r = 0$ است، اختلاف پتانسیل آن‌ها تغییر نمی‌کند. بنابراین

توان تلف شده در R_1 ثابت است. اما توان تلف شده در R_p ، طبق رابطه‌ی $P = \frac{V^2}{R}$ ، با کاهش R توان تلف شده در R_p افزایش می‌یابد.

A ۱۹۰۵- گزینه‌ی (۴) برای گره‌ی C قانون جریان‌ها را می‌نویسیم و جریان I_2 را



$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = 6 - 2 = 4 \text{ A}$$

$$V = \varepsilon - r I_2 = 12 - 2 \times 4 = 4 \text{ V}$$

به دست می‌آوریم:

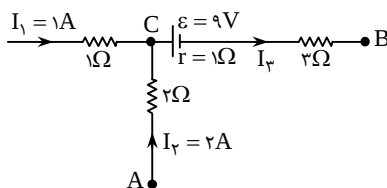
B ۱۹۰۶- گزینه‌ی (۴) برای گره‌ی C قانون جمع جریان‌ها را می‌نویسیم:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1 + 2 = 3 \text{ A}$$

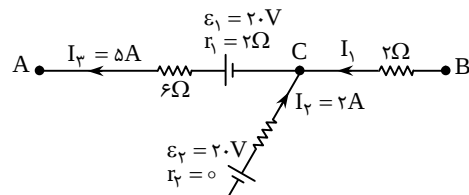
می‌دانیم هرگاه در جهت جریان از مقاومت بگذریم پتانسیل به اندازه‌ی IR یا Ir کاهش و اگر در خلاف جهت جریان بگذریم پتانسیل به اندازه‌ی IR یا Ir افزایش می‌یابد همچنین هرگاه از پایانه‌ی منفی پیل به طرف پایانه‌ی مثبت از پیل بگذریم $+\varepsilon$ و اگر از پایانه‌ی مثبت پیل به طرف پایانه‌ی منفی از پیل بگذریم $-\varepsilon$ را در روابط قرار می‌دهیم.

$$V_A - 2I_3 - \varepsilon - rI_3 - 3I_3 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - 2 \times 3 - 9 - 1 \times 3 - 3 \times 3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 25 \text{ V}$$



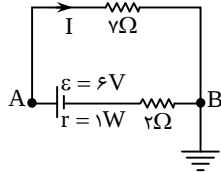
- B ۱۹۰۷-گزینه (۲)** در نقطه‌ی تقاطع مدار (گره‌ی C)، قانون جمع جریان‌ها را می‌نویسیم:
- $$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_1 + 2 = 5 \Rightarrow I_1 = 3A$$
- حال از نقطه‌ی B به نقطه‌ی A می‌رویم:



$$V_B - 2I_1 + \varepsilon_1 - r_1 I_2 - 6I_3 = V_A$$

$$\Rightarrow V_B - 2 \times 3 + 20 - 2 \times 5 - 6 \times 5 = V_A \Rightarrow V_B - V_A = 26V$$

- B ۱۹۰۸-گزینه (۳)** در مداری که اتصال با زمین دارد، پتانسیل نقطه‌ی اتصال برابر صفر است. پتانسیل یک نقطه از مدار یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و اتصال زمین. پس ابتدا جریان را به صورت عادی محاسبه می‌کنیم. در واقع این اتصال اثری در نحوه‌ی محاسبه‌ی جریان ندارد.



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{6}{1 + 7 + 2} = 0.6A$$

از مسیر دلخواهی مانند مسیر بالا (از طریق مقاومت ۷ اهمی) از A به B می‌رویم:

$$V_A - 7I = V_B \Rightarrow V_A - 7 \times 0.6 = 0 \Rightarrow V_A = 4.2V$$

- B ۱۹۰۹-گزینه (۱)** دو پیل ε_1 و ε_2 هم‌جهت بوده و جمع نیرو محرکه‌ی آن‌ها ۸ ولت است. پیل ε_3 با نیرو محرکه‌ی ۲ ولت مخالف آن دو بوده

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3}{r_1 + r_2 + r_3 + R_T} = \frac{4 + 4 - 2}{1 + 0.5 + 0.5 + 1} \Rightarrow I = \frac{6}{3} = 2A$$

و جریان در مدار به صورت زیر به‌دست می‌آید:

- B ۱۹۱۰-گزینه (۱)** در شکل (۱) دو پیل هم‌جهت بوده و جریان مدار برابر است با:

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}$$

در شکل (۲) دو پیل خلاف جهت بوده و جریان مدار برابر است با:

با توجه به فرض مساله که I_2 دو برابر I_1 است داریم:

$$I_1 = 2I_2 \Rightarrow \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} = 2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2\varepsilon_1 - 2\varepsilon_2 \Rightarrow \varepsilon_1 = 3\varepsilon_2 \Rightarrow \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 3$$

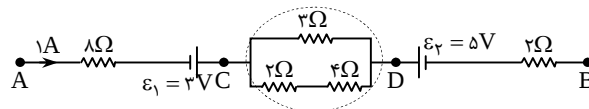
- B ۱۹۱۱-گزینه (۳)** دو مولد هم‌جهت و یکی مخالف آن دو می‌باشد، پس جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\Sigma \varepsilon}{\Sigma r + R_T} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon + \varepsilon - \varepsilon}{0 + 2} = \frac{\varepsilon}{2} (A) = \frac{2}{2} = 1A$$

$$V = \varepsilon - \varepsilon = 0$$

ولت‌سنج نیز اختلاف پتانسیل دو سر پیل‌های مخالف را نشان می‌دهد:

- B ۱۹۱۲-گزینه (۳)**



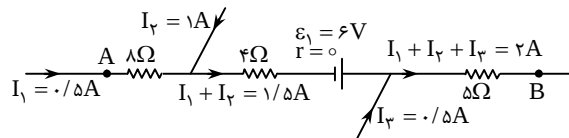
ابتدا مقاومت معادل بین دو پیل را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{CD} = \frac{3 \times (2 + 4)}{3 + (2 + 4)} = 2\Omega$$

مقاومت‌های 2Ω و 4Ω باهم سری و با مقاومت 3Ω موازی هستند و معادل آن‌ها برابر ۲ اهم می‌شود.

$$V_A - 1I + \varepsilon_1 - 2I - \varepsilon_2 - 2I = V_B \Rightarrow V_A - 1 \times 1 + 3 - 2 \times 1 - 5 - 2 \times 1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 14V$$

- B ۱۹۱۳-گزینه (۱)**



$$V_A - 1I_1 - 4(I_1 + I_2) + \varepsilon_1 - 5(I_1 + I_2 + I_3) = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - 1 \times 0.5 - 4(1/5) + 6 - 5(2) = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = 14V$$

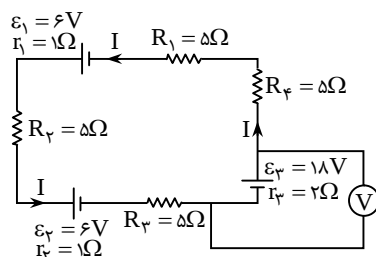
- B ۱۹۱۴-گزینه (۳)** ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر پیل ε_3 را نشان می‌دهد.

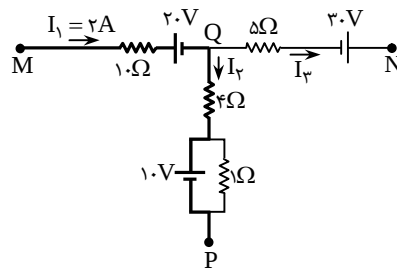
با توجه به این که $\varepsilon_1 + \varepsilon_3 > \varepsilon_2$ می‌باشد، پیل‌های ۱ و ۳ مولد و پیل ۲ مصرف‌کننده است. پس داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + r_3 + R_T} = \frac{6 + 18 - 6}{24} = \frac{3}{4}A$$

$$V = \varepsilon_3 - r_3 I = 18 - 2 \times \frac{3}{4} = 16.5V$$

ولت‌سنج :





B ۱۹۱۵-گزینه‌ی (۲) مطابق مسیری که پررنگ شده از M به P می‌رویم تا I_P به‌دست آید:

$$V_M - 1 \cdot I_1 - 2 - 4I_P - 1 = V_P$$

$$V_M - 1 \times 2 - 2 - 4I_P - 1 = V_P$$

$$V_M - V_P - 5 = 4I_P \Rightarrow 3 - 5 = 4I_P \Rightarrow I_P = -0.5A$$

علامت منفی بیانگر این است که جریان در شاخه‌ی QP روبه‌بالا است. اما حل را ادامه می‌دهیم. جریان I_P را به‌دست می‌آوریم:

$$Q \text{ برای گرهی } I_1 - I_P - I_P = 0 \Rightarrow 2 - (-5) - I_P = 0 \Rightarrow I_P = 7A$$

اکنون از نقطه‌ی M به N می‌رویم:

$$V_M - 1 \cdot I_1 - 2 - 5I_P + 3 = V_N$$

$$V_M - 1 \times 2 - 2 - 5 \times 7 + 3 = V_N \Rightarrow V_M - V_N = 45V$$

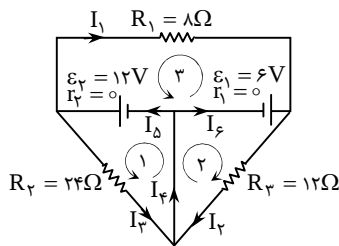
B ۱۹۱۶-گزینه‌ی (۱) برای حلقه‌های (۱) و (۲) و (۳) $\Sigma V = 0$ را می‌نویسیم.

$$(۱): \varepsilon_P - R_P I_P = 0 \Rightarrow 12 - 24I_P = 0 \Rightarrow I_P = 0.5A$$

$$(۲): \varepsilon_1 - R_P I_P = 0 \Rightarrow 6 - 12I_P = 0 \Rightarrow I_P = 0.5A$$

$$(۳): -\varepsilon_P + \varepsilon_1 + R_1 I_1 = 0 \Rightarrow -12 + 6 + 8I_1 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = 0.75$$



B ۱۹۱۷-گزینه‌ی (۱) شاخه‌های پیل ۱ و پیل ۲ و مقاومت ۳ اهمی با هم موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است:

$$V = RI = \varepsilon_1 - r_1 I_1 = \varepsilon_2 - r_2 I_2$$

$$\Rightarrow 3I = 10 - 1 \times 1 \Rightarrow I = 3A$$

$$I_1 + I_2 = I \Rightarrow 1 + I_2 = 3 \Rightarrow I_2 = 2A$$

جریان I_P را محاسبه می‌کنیم:

حال از تساوی ولتاژها مجدداً استفاده می‌کنیم:

$$RI = \varepsilon_2 - r_2 I_2 \Rightarrow 3 \times 3 = \varepsilon_2 - 1/5 \times 2 \Rightarrow \varepsilon_2 = 12V$$

$$I_P = I_1 + I_2$$

B ۱۹۱۸-گزینه‌ی (۳) قانون جریان‌ها را برای گرهی A می‌نویسیم:

از طرفی در حلقه‌های (۱) و (۲) داریم:

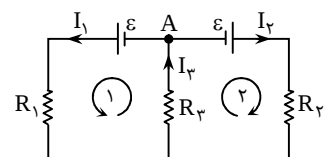
$$\left. \begin{aligned} (۱) \text{ حلقه‌ی } & -R_P I_P + \varepsilon - R_1 I_1 = 0 \Rightarrow -RI_P + \varepsilon - RI_1 = 0 \\ (۲) \text{ حلقه‌ی } & -R_P I_P + \varepsilon - R_2 I_2 = 0 \Rightarrow -RI_P + \varepsilon - RI_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{R} - I_P$$

با جایگذاری در معادله‌ی جریان‌ها داریم:

$$I_P = \frac{\varepsilon}{R} - I_P + \frac{\varepsilon}{R} - I_P \Rightarrow I_P = \frac{2\varepsilon}{3R}, \quad I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{1}{3} I_P$$

روش دیگر: با توجه به تقارن مدار در شاخه‌های دو طرف R_P می‌توان نتیجه گرفت، I_1 با I_2 برابر است و $I_P = I_1 + I_2$ بوده پس:

$$I_1 = I_2 = \frac{I_P}{2}$$



B ۱۹۱۹-گزینه‌ی (۳) در هر شاخه جریان دلخواهی رسم می‌کنیم.

برای گرهی A با توجه به قانون جمع جریان‌ها داریم:

$$I_1 + I_2 - I_P = 0$$

در حلقه‌های (۱) و (۲) نیز جمع ولتاژها در مدار بسته برابر صفر است:

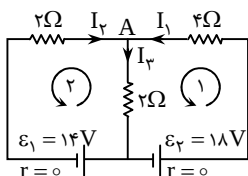
$$(۱) \text{ حلقه‌ی } \varepsilon_2 - 4I_1 - 2I_P = 0$$

$$(۲) \text{ حلقه‌ی } \varepsilon_1 + 2I_P + 2I_P = 0$$

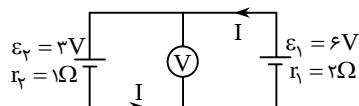
$$\left\{ \begin{aligned} I_1 + I_2 - I_P &= 0 \\ 18 - 4I_1 - 2I_P &= 0 \Rightarrow I_1 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} I_P \\ 14 + 2I_P + 2I_P &= 0 \Rightarrow I_P = -7 - I_P \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} I_P \right) + (-7 - I_P) - I_P = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} I_P = \frac{-5}{2} \Rightarrow I_P = -1A, \quad I_1 = 5A, \quad I_2 = -4A$$

منفی شدن جریان‌های I_P و I_2 نشانه‌ی آن است که جهت جریان در این شاخه‌ها خلاف جهت اختیاری ما است.



- B ۱۹۲۰- گزینه‌ی (۲)** مدار، یک مدار تک حلقه‌ای است زیرا از ولت‌سنج به دلیل مقاومت بسیار زیادی که دارد جریانی عبور نمی‌کند.



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2} = \frac{6 - 3}{1 + 2} = 1A$$

جریان مدار برابر است با:

$$V = \varepsilon_1 - r_1 I = 6 - 2 \times 1 = 4V$$

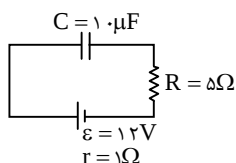
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر پیل ε_1 که مولد است را نشان می‌دهد:

$$V = \varepsilon_2 + r_2 I = 3 + 1 \times 1 = 4V$$

همچنین ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر پیل ε_2 که مصرف‌کننده است را نشان می‌دهد:

- C ۱۹۲۱- گزینه‌ی (۲)** در لحظه‌ی وصل کلید که خازن خالی است، نقش یک مقاومت صفر را دارد زیرا تمایل به پر شدن دارد و جلوی عبور جریان را نمی‌گیرد. پس در لحظه‌ی اول وصل کلید، ابتدا تمام جریان از خازن عبور کرده و $I_1 = 0$ است. در این لحظه، تنها مقاومتی که در مدار قرار دارد مقاومت ۱۰ اهمی است و جریان مدار برابر است با:

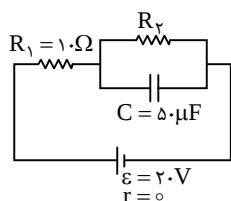
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{15}{10} = 1.5A$$



- B ۱۹۲۲- گزینه‌ی (۴)** خازن در مدار به طور متوالی قرار گرفته و جریان مدار صفر است. مقاومت و خازن متوالی هستند:

$$\left. \begin{aligned} V_R + V_C &= V_{\text{پیل}} = \varepsilon - rI \\ \frac{V_R}{RI} & \\ I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_C = 12V$$

$$q = CV = 10 \times 12 = 120 \mu C$$



- C ۱۹۲۳- گزینه‌ی (۱)** خازن با مقاومت R_2 موازی و ولتاژ آن‌ها با هم برابر است.

$$\left. \begin{aligned} V_C &= R_2 I \\ I &= \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_2} = \frac{20}{10 + R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_C = \frac{R_2 \times 20}{10 + R_2}$$

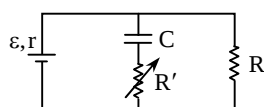
وقتی $R_2 = 0$ است، V_C نیز برابر صفر می‌شود.

وقتی R_2 به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، حد کسر برابر ۲۰ ولت می‌شود.

$$R_2 = 0 \Rightarrow V_C = 0 \Rightarrow U_C = \frac{CV^2}{2} = 0$$

$$R_2 \rightarrow \infty \Rightarrow V_C = 20V \Rightarrow U_C = \frac{50 \times 10^{-6} \times 20^2}{2} = 0.1J$$

- B ۱۹۲۴- گزینه‌ی (۲)** با اتصال کلید، جریان ابتدا از خازن عبور می‌کند و به مرور با پر شدن خازن و یکسان شدن ولتاژ دو سر خازن با دو سر پیل، جریان عبوری از خازن صفر می‌شود و تمام جریان از مقاومت R عبور می‌کند به این ترتیب ولتاژ و بار خازن افزایش یافته و به مقدار ثابتی می‌رسد.



- C ۱۹۲۵- گزینه‌ی (۳)** از شاخه‌ی خازن جریانی عبور نمی‌کند. پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومتی که با

خازن متوالی است صفر است: $V_{R'} = R'I' = 0$ و می‌توان مقاومت R' را از مدار حذف کرد. مقاومت R و خازن C موازی با پیل هستند و ولتاژ دو سر آن‌ها برابر ولتاژ دو سر پیل است. با تغییر R' تغییری در مقاومت مدار، جریان مدار و در نتیجه ولتاژها رخ نمی‌دهد، به عبارتی بار خازن ثابت می‌ماند.

- C ۱۹۲۶- گزینه‌ی (۱)** در شاخه‌ی اصلی مدار، خازن C_1 قرار گرفته و جریانی در مدار وجود ندارد. خازن C_1 موازی با مقاومت ۸ اهمی است و ولتاژ آن‌ها با هم برابر است:

$$V_{C_1} = V_R = RI = 8 \times 0 = 0$$

$$q_1 = C_1 V_{C_1} = 10 \times 0 = 0$$

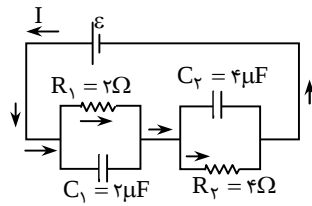
پس ولتاژ دو سر مقاومت و خازن C_1 صفر بوده و تمام ولتاژ پیل به خازن C_2 تعلق می‌گیرد:

$$V_{C_2} = \varepsilon - rI = 20 - 2 \times 0 \Rightarrow V_{C_2} = 20V$$

$$q_2 = C_2 V_{C_2} = 50 \times 20 = 1000 \mu C$$

- B ۱۹۲۷- گزینه‌ی (۱)** از شاخه‌ی ای که خازن قرار دارد جریانی عبور نمی‌کند. خازن و مقاومت R_1 هر دو موازی پیل هستند و اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر $\varepsilon - rI$ است. با تغییر R_2 ، جریان مدار تغییر نمی‌کند پس ولتاژ دوسر خازن نیز ثابت مانده و بار آن تغییر نمی‌کند.

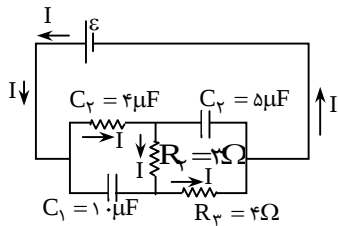
B ۱۹۲۸-گزینهی (۳) با توجه به شکل جریان مقاومت‌های R_1 و R_2 یکسان است. از طرفی C_1 با R_1 و C_2 با R_2 موازی است پس:



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{1}{2} C_1 V_1^2}{\frac{1}{2} C_2 V_2^2} = \frac{\frac{1}{2} C_1 (IR_1)^2}{\frac{1}{2} C_2 (IR_2)^2} = \frac{C_1 R_1^2}{C_2 R_2^2} = \frac{2(2)^2}{4(4)^2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{8}$$

B ۱۹۲۹-گزینهی (۲) با توجه به شکل جریان مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 یکسان است. از طرفی:



$$V_{C_1} = V_{R_1, R_2} = I(R_1 + R_2) = I(2 + 3) = 5I$$

$$V_{C_2} = V_{R_2, R_3} = I(R_2 + R_3) = I(3 + 4) = 7I$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1 V_{C_1}}{C_2 V_{C_2}} = \frac{10(5I)}{5(7I)} = \frac{10}{7}$$



فصل نهم: الکتریسیته‌ی جاری – جریان مستقیم (تکمیلی)

A ساده
B متوسط
C دشوار

A ۱۹۳۰- گزینه‌ی (۱)

$$\left. \begin{array}{l} q = ne \\ q = It \end{array} \right\} \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{0.8 \times 20}{1.6 \times 10^{-19}} = 10^{20}$$

A ۱۹۳۱- گزینه‌ی (۴)

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow I = 2\pi \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$t = \frac{5}{3} \text{ s} \Rightarrow I = 2\pi \cos\left(\frac{500\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow I = 2\pi \cos(166\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3})$$

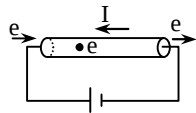
$$I = 2\pi \cos \pi = -2\pi A$$

A ۱۹۳۲- گزینه‌ی (۲) با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$V_1 = V, I_1 = 4A, R_1 = 10\Omega \Rightarrow V = R_1 I_1 = 10 \times 4 = 40V$$

$$V_2 = V, I_2 = 8A, R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V}{I_2} = \frac{40}{8} = 5\Omega$$

B ۱۹۳۳- گزینه‌ی (۳) چون بار گذرنده از هر مقطع سیم از جمله در ورود و خروج از سیم یکسان، بار خالص موجود در سیم صفر است.



A ۱۹۳۴- گزینه‌ی (۴) با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت $R = \rho \frac{\ell}{A}$ می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} r_A = 2r_B \xrightarrow{A=\pi r^2} A_A = 4A_B \\ \rho_A = \rho_B \\ R_A = R_B \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_A \frac{\ell_A}{A_A} = \rho_B \frac{\ell_B}{A_B} \Rightarrow \frac{\ell_A}{4A_B} = \frac{\ell_B}{A_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell_A}{\ell_B} = 4$$

B ۱۹۳۵- گزینه‌ی (۱) با توجه به این که حجم A نصف حجم B است رابطه‌ی سطح مقطع جیوه در دو لوله را به دست می‌آوریم:

$$m_A = \frac{1}{3} m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \frac{1}{3} \rho_B V_B \Rightarrow V_A = \frac{1}{3} V_B \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_A L_A = \frac{1}{3} A_B L_B \\ L_A = \frac{1}{3} L_B \end{array} \right. \Rightarrow A_A = \frac{3}{4} A_B$$

مقاومت ویژه

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{L_A}{A_A}}{\rho_B \frac{L_B}{A_B}} = \frac{L_A A_B}{L_B A_A} = \frac{\frac{1}{3} L_B A_B}{L_B \frac{3}{4} A_B} = \frac{4}{9}$$

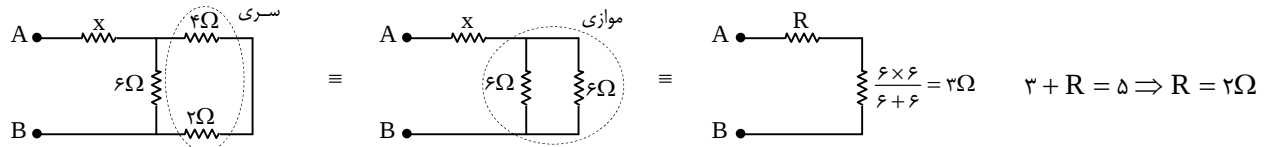
A ۱۹۳۶- گزینه‌ی (۲)

$$\left. \begin{array}{l} R_A = \frac{V}{I_A} \\ R_B = \frac{V}{I_B} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{I_B}{I_A} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

۱۹۳۷- گزينه‌ی (۳) مساحت سطح مقطع سيم برابر است با $A = \frac{\pi D^2}{4}$ است که در آن D قطر سيم است. $\ell_1 = \ell_2$ A

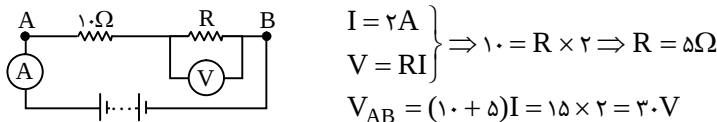
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\rho_1 \ell_1}{A_1}}{\frac{\rho_2 \ell_2}{A_2}} = \frac{\rho_1 A_2}{\rho_2 A_1} = \frac{\rho_1 \frac{\pi D_2^2}{4}}{\rho_2 \frac{\pi D_1^2}{4}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1 D_2^2}{\rho_2 D_1^2}$$

۱۹۳۸- گزينه‌ی (۱) ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوريم و برابر 5Ω قرار می‌دهيم. B



۱۹۳۹- گزينه‌ی (۲) وقتی سيم را به صورت حلقه درمی‌آوريم به دو نيم‌دايره تقسيم می‌شود که مقاومت هر قطعه 20Ω می‌شود زيرا نصف طول کل سيم است. اين دو نيم‌دايره با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها 10Ω می‌شود. B

۱۹۴۰- گزينه‌ی (۳) آمپرسنج جريان مدار و ولت‌سنج اختلاف پتانسيل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد. B



$$\left. \begin{aligned} I &= 2A \\ V &= RI \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10 = R \times 2 \Rightarrow R = 5\Omega$$

$$V_{AB} = (10 + 5)I = 15 \times 2 = 30V$$

۱۹۴۱- گزينه‌ی (۲) طبق رابطه‌ی $P = VI$ ، حاصل ضرب ولت آمپر معادل وات است و با توجه به $P = \frac{U}{t}$ وات معادل ژول بر ثانيه است. A

۱۹۴۲- گزينه‌ی (۴) اگر هر مقاومت R باشد در حالت موازی مقاومت کل برابر است با: B

$$2 \Rightarrow R_T = \frac{R}{2} \text{ مقاومت موازی}$$

$$P = \frac{V^2}{R_T} = \frac{V^2}{\frac{R}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{V^2}{R} = 40 \quad (۱)$$

در حالت متوالی مقاومت کل برابر $2R$ است.

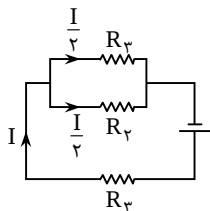
$$2 \Rightarrow R_T = 2R \text{ مقاومت متوالی}$$

رابطه‌ی توان را نوشته و رابطه‌ی (۱) در آن جایگزین می‌کنيم.

$$P_t = \frac{V^2}{R_T} = \frac{V^2}{2R} = \frac{1}{2} \times \frac{V^2}{R} = \frac{1}{2} \times 40 = 20W$$

$20W$ توان مصرفی دو مقاومت است پس هریک $10W$ مصرف می‌کنند.

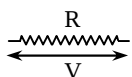
۱۹۴۳- گزينه‌ی (۳) جريان بين دو مقاومت R_1 و R_2 به طور مساوی تقسيم می‌شود: B



$$R_1 = R_2 \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I}{2}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1 I_1 t}{R_2 I_2 t} = \frac{R_1 \times (\frac{I}{2})^2}{R_2 \times (\frac{I}{2})^2} = 1$$

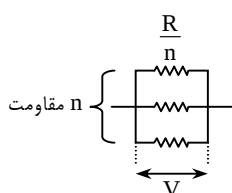
۱۹۴۴- گزينه‌ی (۴) وقتی سيم را به N قسمت مساوی تقسيم می‌کنيم طول سيم $\ell' = \frac{\ell}{n}$ می‌شود و B



$$P = \frac{V^2}{R}$$

مقاومت هر قطعه نیز با توجه به رابطه‌ی $R = \frac{\rho L}{A}$ ، $(R \propto L)$ ، $\frac{1}{n}$ می‌شود.

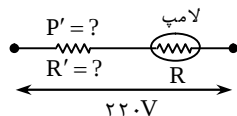
وقتی اين قسمت‌ها به صورت موازی بسته می‌شوند مقاومت کل برابر است با:



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{\frac{R}{n} + \frac{R}{n} + \dots + \frac{R}{n}} = \frac{n}{R} \Rightarrow R_T = \frac{R}{n}$$

$$P' = \frac{V^2}{R_T} \Rightarrow P' = \frac{V^2}{\frac{R}{n}} = n \times \frac{V^2}{R} = n \times P$$

B ۱۹۴۵- گزینه‌ی (۱) برای لامپ داریم:



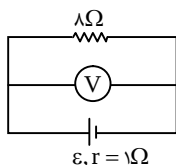
$$P = VI \Rightarrow 10 = 20 \cdot I \Rightarrow I = 0.5 \text{ A}$$

دو مقاومت R و R' متوالی هستند:

می‌دانیم که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر ۲۰ ولت و دو سر مجموعه ۲۲۰ ولت است پس ولتاژ دو سر مقاومت R' برابر ۲۰۰V می‌شود.

$$R' = \frac{V'}{I} = \frac{200}{0.5} = 400 \Omega$$

$$P' = R I^2 = 400 \times (0.5)^2 = 100 \text{ W}$$

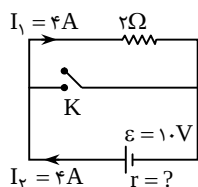


B ۱۹۴۶- گزینه‌ی (۲) ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و دو سر پیل را نشان می‌دهد:

$$V = RI \Rightarrow 16 = 8I \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$V = \epsilon - Ir \Rightarrow 16 = \epsilon - 2 \times 1 \Rightarrow \epsilon = 18 \text{ V}$$

B ۱۹۴۷- گزینه‌ی (۴) کلید k باز است و جریان مدار ۴A است پس می‌توان مقاومت درونی را به‌دست آورد.



$$I_2 = I_1 = \frac{\epsilon}{r + R} \Rightarrow 4 = \frac{10}{r + 2} \Rightarrow r = 0.5 \Omega$$

وقتی کلید بسته می‌شود، بر اثر اتصال کوتاه مقاومت ۲ اهمی حذف می‌شود و از آن جریانی عبور نمی‌کند ($I_1 = 0$) و تمام جریان مدار از کلید K عبور می‌کند. در این حالت داریم:

$$I_2 = \frac{\epsilon}{r} = \frac{10}{0.5} = 20 \text{ A}$$

B ۱۹۴۸- گزینه‌ی (۳)

وقتی کلید باز است $I = 0$ و $V = \epsilon$ می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} V = \epsilon - Ir \\ I = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow V = \epsilon = 10 \text{ V}$$

وقتی کلید بسته است، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر پیل و دو سر مقاومت را نشان می‌دهد:

$$V = \epsilon - Ir = IR \Rightarrow V = \frac{\epsilon}{r + R} \times R$$

$$\Rightarrow 8 = \frac{10 \cdot R}{r + R} \Rightarrow 8r + 8R = 10 \cdot R \Rightarrow \frac{R}{r} = 4$$

B ۱۹۴۹- گزینه‌ی (۱)

وقتی کلید باز است و جریان در مدار وجود ندارد ($I = 0$)، ولت‌سنج نیرو محرکه‌ی مولد را نشان می‌دهد: $V_1 = \epsilon$

وقتی کلید بسته است در مدار جریان وجود دارد. اگر ولت‌سنج تغییر نکند داریم:

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = \epsilon - Ir \\ V_1 = \epsilon \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = V_1 \Rightarrow \epsilon - Ir = \epsilon \left. \begin{array}{l} \\ I \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow r = 0$$

یعنی باید مقاومت درونی باتری ناچیز باشد.

B ۱۹۵۰- گزینه‌ی (۴)

با توجه به رابطه‌ی مقاومت با دما می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta R = 0.1 R_1 \\ \Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \end{array} \right\} \Rightarrow 0.1 = \alpha (50) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{500} = 2 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

A ۱۹۵۱- گزینه‌ی (۲)

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow 0.9 R_1 = R_1 (1 + \alpha \times 200) \Rightarrow 0.9 = 1 + 200 \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-0.1}{200} = -5 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

α در رساناهای فلزی مثبت و در رساناهای کربنی منفی است.

A ۱۹۵۲- گزینه‌ی (۴) گرمای تولید شده در مقاومت را بوسیله‌ی رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آوریم.

$$Q = VIt = 20 \times 4 \times 300 \text{ s} = 24000 \text{ J}$$

B ۱۹۵۳- گزینه‌ی (۲) اگر مقاومت مجموعه‌ی $\square$ را با R' نمایش دهیم داریم:

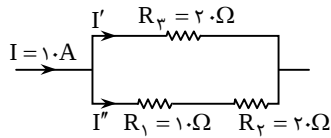
$$R_T = R' + 10$$

$$V = \varepsilon - rI = R_T I \Rightarrow 100 = (R' + 10) \times 4$$

$$\Rightarrow R' = 15$$

مقاومت معادل گزینه‌ی (۲)، ۱۵ اهم است.

B ۱۹۵۴- گزینه‌ی (۳) با توجه به شکل دو شاخه با هم موازی هستند.



$$\left. \begin{aligned} V_3 &= V_{1,2} \Rightarrow R_3 I' = (R_1 + R_2) I'' \Rightarrow 20 I' = 30 I'' \\ I' + I'' &= I = 10A \end{aligned} \right\} \Rightarrow I' = 6A, \quad I'' = 4A$$

$$Q = R_1 I''^2 t = 10 \times 16 \times 1 = 160J$$

C ۱۹۵۵- گزینه‌ی (۲) افزایش مقاومت رئوستا، باعث افزایش مقاومت معادل مدار شده و جریان مدار کم می‌شود. پس نور لامپ L_1 کاهش می‌یابد. ضمناً با افزایش مقاومت رئوستا جریان بیش‌تر از لامپ L_2 عبور می‌کند و نور آن زیاد می‌شود. به این نکته توجه کنید که جریان مدار کم شده ولی به نسبت بیش‌تری از L_2 عبور می‌کند. آیا می‌توان گفت جریان عبوری از L_2 بیش‌تر از قبل می‌شود؟ بله. بررسی کنید.

A ۱۹۵۶- گزینه‌ی (۱) با توجه به رابطه‌ی ساختمانی مقاومت $R = \rho \frac{\ell}{A}$ و داده‌های مسئله می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} \ell_B &= 2\ell_A \\ \rho_B &= 3\rho_A \\ R_A &= \frac{r}{2} R_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\rho_A \ell_A}{A_A} = \frac{r}{2} \frac{\rho_B \ell_B}{A_B} \Rightarrow \frac{\rho_A \ell_A}{A_A} = \frac{3}{2} \frac{r \rho_A \times 2\ell_A}{A_B}$$

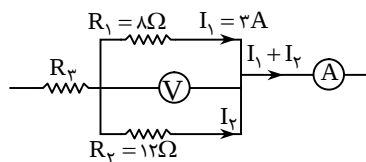
$$\Rightarrow A_B = 9A_A \xrightarrow{A=\pi r^2} r_B = 3r_A \Rightarrow D_B = 3D_A$$

B ۱۹۵۷- گزینه‌ی (۳) بیش‌ترین مقاومت معادل هنگامی درست می‌شود که مقاومت‌ها با هم متوالی باشند:

$$R_{\max} = 10 + 15 + 30 = 55\Omega$$

کم‌ترین مقاومت معادل هنگامی درست می‌شود که مقاومت‌ها با هم موازی باشند:

$$\frac{1}{R_{\min}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{3+2+1}{30} \Rightarrow R_{\min} = 5\Omega \Rightarrow \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{55}{5} = 11$$



B ۱۹۵۸- گزینه‌ی (۴) مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکی است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 = 8 \times 3 = 12 I_2 \Rightarrow I_2 = 2A$$

آمپرسنج جریان $I_1 + I_2 = 3 + 2 = 5A$ را نمایش می‌دهد.

ولت‌سنج نیز $V = R_1 I_1 = 8 \times 3 = 24V$ را نمایش می‌دهد.

A ۱۹۵۹- گزینه‌ی (۱) با افزایش دمای مقاومت R ، مقاومت R زیاد می‌شود و جریان مدار کم می‌شود. به این ترتیب نور لامپ کاهش می‌یابد.

A ۱۹۶۰- گزینه‌ی (۱) انرژی مصرفی در یک مقاومت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U = RI^2 t \Rightarrow 6 = 10 \times (0.2)^2 \times t \Rightarrow t = 15s$$

B ۱۹۶۱- گزینه‌ی (۱) با کاهش اختلاف پتانسیل دو سر لامپ، توان مصرفی لامپ کاهش می‌یابد.

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= 200V \\ V_2 &= 120V \\ P &= \frac{V^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 = \left(\frac{120}{200} \right)^2 = 0.36 \Rightarrow P_2 = 0.36 P_1$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 0.36 P_1 - P_1 = -0.64 P_1$$

این تساوی نشان می‌دهد، توان مصرفی مقاومت ۶۴ درصد کاهش می‌یابد.

A ۱۹۶۲- گزینه‌ی (۳) ابتدا مقدار مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} P &= 100W \\ V &= 110V \\ P &= \frac{V^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 100 = \frac{110^2}{R} \Rightarrow R = 121\Omega$$

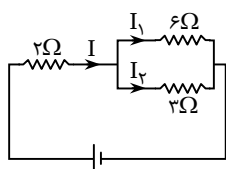
حال می‌توان توان مصرفی را به دست آورد:

$$U = \frac{V^2}{R} \times t = \frac{220^2}{121} \times 1 = 400J$$

البته با توجه به رابطه‌ی $U = \frac{V^2}{R} t$ با ثابت بودن R و دو برابر شدن ولتاژ انرژی مصرفی چهار برابر می‌شود و $U = 4 \times 100 = 400W$ خواهد بود.

B ۱۹۶۳- گزینه‌ی (۱) جریان I به نسبت عکس مقاومت‌ها، بین دو مقاومت موازی ۳ و ۶ اهمی تقسیم می‌شود و جریان I_1 برابر است با:

$$I_1 = \frac{3}{3+6} I = \frac{I}{3}$$



حال با توجه به رابطه‌ی $P = RI^2$ می‌توان نسبت توان مصرفی در دو مقاومت را به دست آورد.

$$\frac{P_{6\Omega}}{P_{3\Omega}} = \frac{6I_1^2}{3I^2} = \frac{6 \times \frac{I^2}{9}}{3I^2} = \frac{1}{3}$$

B ۱۹۶۴- گزینه‌ی (۲) وقتی دو لامپ یکسان به طور متوالی به برق ۲۲۰ ولت وصل می‌شوند، ولتاژ به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌شود. پس ولتاژ هریک برابر ۱۱۰ ولت می‌شود. برای هر لامپ داریم:

$$\left. \begin{aligned} V &= 220V \\ P &= 50W \\ V' &= 110V \\ P' &=? \end{aligned} \right\} \xrightarrow{P = \frac{V^2}{R}} \frac{P'}{P} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \Rightarrow \frac{P'}{50} = \left(\frac{110}{220}\right)^2 \Rightarrow P' = 12.5W$$

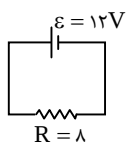
B ۱۹۶۵- گزینه‌ی (۴) برای هر لامپ وقتی به تنهایی به برق شهر متصل می‌شود داریم:

$$P = 100W = \frac{V^2}{R}$$

اما اگر دو لامپ متوالی وصل شوند مقاومت معادل آن‌ها $2R$ می‌شود. با ثابت بودن ولتاژ، توان کل مصرفی نصف می‌شود.

$$P_T = \frac{1}{2} \times 100W = 50W$$

A ۱۹۶۶- گزینه‌ی (۳) ولتاژ دو سر باتری، ولتاژ دو سر مقاومت نیز می‌باشد:



$$V = \varepsilon - rI = RI$$

$$V = RI \Rightarrow 8 = 8I \Rightarrow I = 1A$$

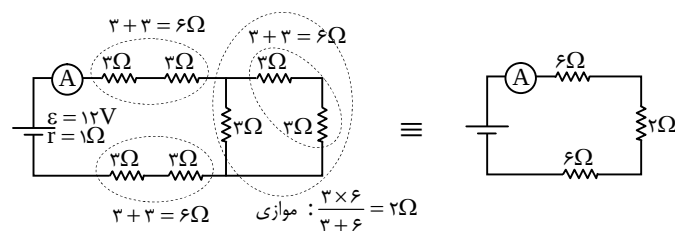
$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 8 = 12 - r \times 1 \Rightarrow r = 4\Omega$$

B ۱۹۶۷- گزینه‌ی (۱) ولت‌سنج $V = \varepsilon - rI$ را نشان می‌دهد.

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 2A, V_1 = 20V \Rightarrow 20 = \varepsilon - 2r \\ I_2 &= 3A, V_2 = 18V \Rightarrow 18 = \varepsilon - 3r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

A ۱۹۶۸- گزینه‌ی (۲) رابطه‌ی اختلاف پتانسیل دو سر پیل را بر حسب مقاومت‌های موازی می‌نویسیم:

$$V = \frac{R}{R+r} \varepsilon \Rightarrow 5/5 = \frac{R}{R+0.25} \times 6 \Rightarrow R = 2/75\Omega$$



B ۱۹۶۹- گزینه‌ی (۴) آمپرسنج، جریان اصلی مدار را نشان

می‌دهد. پس باید مقاومت معادل مدار را محاسبه کنیم:

$$R_T = 6 + 2 + 6 = 14\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{12}{1 + 14} = \frac{4}{5}A$$

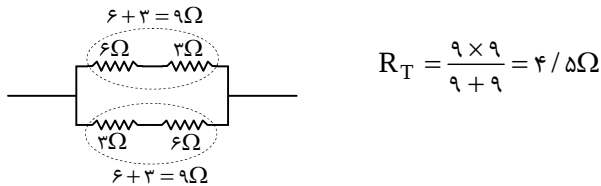
B ۱۹۷۰- گزینهی (۳) با افزایش R_p ، مقاومت معادل مدار زیاد شده و جریان مدار کم می‌شود.

$$V_1 = R_1 I \Rightarrow \text{کاهش می‌یابد}$$

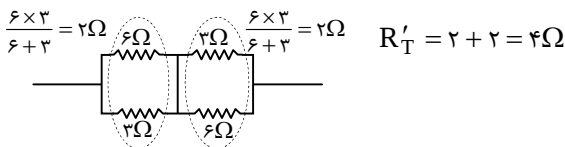
$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow \text{افزایش می‌یابد}$$

B ۱۹۷۱- گزینهی (۴) با وصل کلیدهای بیش‌تر، مقاومت‌های موازی بیش‌تری به مدار اضافه شده، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و جریان مدار بیش‌تر می‌شود. از طرفی با زیاد شدن جریان، حاصل عبارت $V = \varepsilon - rI$ کاهش می‌یابد.

C ۱۹۷۲- گزینهی (۷) قبل از بستن کلید:



بعد از بستن کلید:



یک مدار هنگامی دارای توان مفید بیشینه است که مقدار مدار برابر مقاومت درونی پیل باشد:

$$P = \varepsilon I - rI^2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP}{dI} = 0 &\Rightarrow \varepsilon - 2rI = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r} \\ I &= \frac{\varepsilon}{r + R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = r$$

پس در این مسأله، با بستن کلید مقاومت مدار کم شده و به سمتی می‌رود که R_T به r نزدیک‌تر شود. یعنی تابع توان به بیشینه‌ی خود نزدیک شود. به عبارتی توان مفید مدار افزایش می‌یابد.

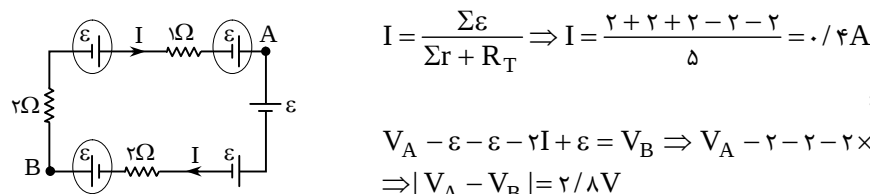
B ۱۹۷۳- گزینهی (۴) ولت‌سنج متوالی در مدار، نیرو محرکه‌ی پیل را نشان می‌دهد. زیرا هرگاه ولت‌سنج به‌طور متوالی قرار می‌گیرد به دلیل مقاومت بسیار زیادش سبب می‌گردد که جریان مدار عملاً صفر شود.

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{ولت‌سنج}} + V_{\Delta\Omega} + V_{10\Omega} = V_{\text{پیل}} &\Rightarrow V + \Delta I + 10I = \varepsilon - rI \\ I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{\varepsilon}{r + 10 + \Delta + \underbrace{R_V}_{\text{خیلی زیاد}}} &\Rightarrow I = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \varepsilon = 18V$$

B ۱۹۷۴- گزینهی (۴) جریان به قطب مثبت باتری وارد شده و از قطب منفی خارج می‌شود. بنابراین این پیل یک مصرف‌کننده است و اختلاف پتانسیل دو سر آن $V = \varepsilon + rI$ است.

$$V = 6 + 2 \times 2 = 10V$$

B ۱۹۷۵- گزینهی (۱) سه پیل مشخص شده در مدار هم‌جهت و مولد هستند و دو پیل دیگر مخالف بقیه و مصرف‌کننده هستند.



اکنون از مسیر دلخواه پایین از A به B می‌رویم:

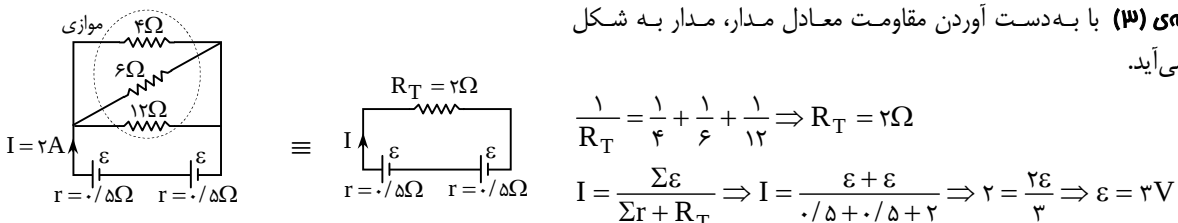
$$V_A - \varepsilon - \varepsilon - 2I + \varepsilon = V_B \Rightarrow V_A - 2 - 2 - 2 \times 0.4 + 2 = V_B$$

$$\Rightarrow |V_A - V_B| = 2/8V$$

از آن‌جا که بیان نکرده $V_A - V_B$ یا $V_B - V_A$ و صرفاً اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی خواسته شده، قدرمطلق اختلاف پتانسیل آن‌ها را به‌دست می‌آوریم.

B ۱۹۷۶- گزینهی (۳) با به‌دست آوردن مقاومت معادل مدار، مدار به شکل

ساده‌تری درمی‌آید.



B ۱۹۷۷- گزینه‌ی (۲)

$$V_M = 10 \text{ V} \quad R_1 = 10 \Omega \quad R_2 = 15 \Omega \quad V_E = 0 \text{ V}$$

$$V_M - V_E = R_T I \Rightarrow 10 - 0 = (10 + 15)I \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

$$P_r = R_r I^2 = 15 \times 16 = 240 \text{ W}$$

B ۱۹۷۸- گزینه‌ی (۱) با وصل کلید K، یک مقاومت موازی به مدار اضافه می‌شود و مقاومت معادل مدار کم می‌شود و جریان مدار زیاد می‌شود و آمپرسنج مقدار بیش‌تری نشان می‌دهد. ولت‌سنج طبق رابطه‌ی $V = \varepsilon - rI$ ، با افزایش I، مقدار کم‌تری نشان می‌دهد.

C ۱۹۷۹- گزینه‌ی (۲) وقتی توان مفید مولد، بیشینه می‌شود که $R_T = r$ باشد.

$$R_T = 1/\delta + \frac{\varepsilon R}{\varepsilon + R} \Rightarrow 3/\delta = 1/\delta + \frac{\varepsilon R}{\varepsilon + R} \Rightarrow \varepsilon + R = 3R \Rightarrow R = 2\Omega$$

$$R_T = r = 3/\delta$$

C ۱۹۸۰- گزینه‌ی (۱)

$$P = RI^2 = \varepsilon I - rI^2$$

$$P_{\max} \Rightarrow \frac{dP}{dI} = 0 \Rightarrow \varepsilon - 2rI = 0 \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{2I}$$

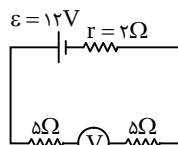
$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{\varepsilon}{2I} \\ r &= \frac{\varepsilon}{r + R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = R \Rightarrow \frac{R}{r} = 1$$

A ۱۹۸۱- گزینه‌ی (۴) آمپرسنج به‌طور سری با مقاومت و ولت‌سنج موازی مقاومت بسته می‌شود.

B ۱۹۸۲- گزینه‌ی (۳) چون یکی از ولت‌سنج‌ها در مدار اصلی بسته شده است، بنابراین جریان در مدار برابر صفر است. بنابراین هر دو ولت‌سنج نیروی محرکه‌ی باتری را نشان می‌دهند.

C ۱۹۸۳- گزینه‌ی (۴) بستن ولت‌سنج واقعی به‌طور موازی باعث کاهش مقاومت مدار و بستن آمپرسنج واقعی به‌طور سری باعث افزایش مقاومت مدار می‌شود. با بستن هر دو نمی‌توان تعیین کرد مقاومت مدار چگونه تغییر می‌کند پس معلوم نیست اعدادی که وسایل نشان می‌دهند بیشتر از حالت ایده‌آل است یا کمتر.

B ۱۹۸۴- گزینه‌ی (۴) اگر ولت‌سنج به‌طور متوالی در مدار بسته شود، با توجه به مقاومت زیادی که دارد، باعث می‌شود که جریان مدار به شدت افت کند. در این حالت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر پیل را نشان می‌دهد.

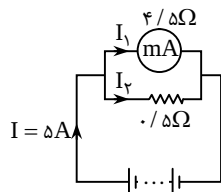


$$V + V_\delta + V_\delta = V_{\text{پیل}}$$

$$\Rightarrow V = \varepsilon - Ir - \Delta I - \Delta I \Rightarrow V = \varepsilon = 12 \text{ V}$$

$$I = 0$$

A ۱۹۸۵- گزینه‌ی (۱) مقاومت آمپرسنج موازی با مقاومت 0.5Ω اهمی است و اختلاف پتانسیل آن‌ها با هم برابر است.

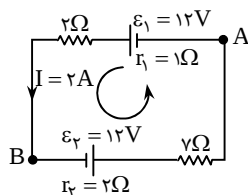


$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 4/5 \times I_1 = 0.5 I_2 \Rightarrow 4I_1 = I_2$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 &= I = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = 0.5 \text{ A}, I_2 = 4/5 \text{ A}$$

آمپرسنج جریان I_1 یعنی 0.5Ω آمپر را نشان می‌دهد.

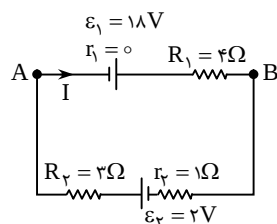
B ۱۹۸۶- گزینه‌ی (۳) از نقطه‌ی A از مسیر بالا به نقطه‌ی B می‌رویم:



$$V_A + \varepsilon_1 - r_1 I - 2I = V_B$$

$$V_A + 12 - 1 \times 2 - 2 \times 2 = V_B \Rightarrow |V_A - V_B| = 6 \text{ V}$$

B ۱۹۸۷- گزینه‌ی (۱) اختلاف پتانسیل الکتریکی در مسیر A تا B را به‌دست می‌آوریم تا با ضرب آن در q، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی به دست آید:

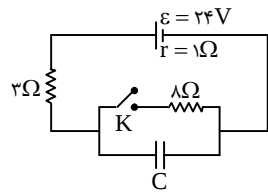


$$\Delta U = \Delta V \cdot q$$

$$I = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R_T} = \frac{2 + 18}{0 + 1 + 7} = 2/5 \text{ A}$$

$$V_A + \varepsilon_1 - r_1 I - R_1 I = V_B \Rightarrow V_A + 18 - 0 - 4 \times 2/5 = V_B \Rightarrow V_B - V_A = 8 \text{ V}$$

$$\Delta U = U_B - U_A = (V_B - V_A)q = 8 \times (-2 \mu\text{C}) = -16 \mu\text{J}$$



C ۱۹۸۸- گزینه‌ی (۳) وقتی کلید باز است، مقاومت ۸ اهمی در مدار وجود ندارد و جریان در مدار برابر صفر است و می‌توان مقاومت ۳ اهمی را از مدار حذف کرد. خازن موازی پیل است و ولتاژ آن برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} V_C &= V_{\text{پیل}} = \varepsilon - rI \\ I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_C = 24V$$

$$q = CV \Rightarrow q_1 = 24C$$

وقتی کلید بسته است، از مقاومت ۸ اهمی جریان I عبور می‌کند که برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{24}{1 + 8 + 3} = 2A$$

$$V_C = V_8 = 8I = 8 \times 2 = 16V$$

$$q = CV \Rightarrow q_2 = 16C$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{16C}{24C} = \frac{2}{3}$$

خازن موازی مقاومت ۸ اهمی بوده و ولتاژ آن برابر است با:

B ۱۹۸۹- گزینه‌ی (۷) خازن $5\mu F$ و مقاومت ۴ اهمی موازی بوده و ولتاژ آن‌ها یکسان است.

$$V_C = V_{4\Omega} \Rightarrow \frac{q}{C} = RI \Rightarrow \frac{6}{5} = 4I \Rightarrow I = 3A$$

در شاخه‌ی بالا، مقاومت ۳ و ۶ موازی و حاصل آن‌ها با ۶ اهمی متوالی است. حاصل شاخه‌ی بالا موازی مقاومت ۸ اهمی است.

$$R_{\text{شاخه‌ی بالا}} = 6 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 8\Omega$$

مقاومت دو شاخه 8Ω است پس جریان مساوی تقسیم می‌شود و از هر شاخه $1/5$ آمپر می‌گذرد.

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 1/5 A$$

جریان $I_1 = 1/5 A$ به نسبت عکس مقاومت‌ها بین دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی تقسیم می‌شود.

$$I_{3\Omega} = \frac{6}{3 + 6} I_1 = \frac{6}{9} \times 1/5 = 1A$$

C ۱۹۹۰- گزینه‌ی (۱) خازن در ابتدا با R_1 و پیل موازی است:

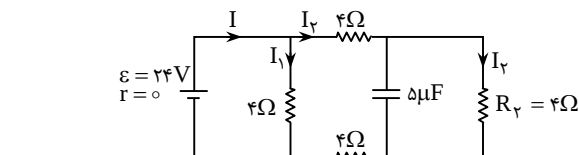
$$V_{C_1} = \varepsilon - rI_1$$

پس از بستن کلید، خازن با R_1 و R_2 موازی است:

$$V_{C_2} = \varepsilon - rI_2$$

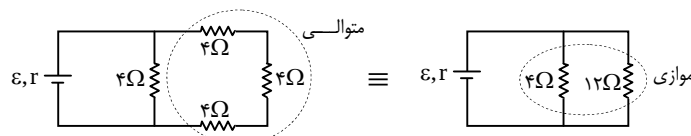
با بستن کلید، یک مقاومت موازی به مدار اضافه و مقاومت معادل مدار کم می‌شود. پس جریان مدار زیاد می‌شود و حاصل $\varepsilon - rI$ کم می‌شود. یعنی: $V_{C_2} < V_{C_1}$. پس بار خازن کاهش می‌یابد.

C ۱۹۹۱- گزینه‌ی (۱) ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



برای محاسبه‌ی مقاومت معادل، وجود خازن بی‌اثر است:

$$R_T = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\Omega$$



حال جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{24}{0 + 3} = 8A$$

این جریان بین دو مقاومت ۴ و ۱۲ اهم به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$I_2 = \frac{4}{12 + 4} \times I = \frac{4}{16} \times 8 = 2A$$

خازن با مقاومت $R_p = 4\Omega$ موازی است و ولتاژ آن‌ها یکی است.

$$V_C = V_{4\Omega} = RI_p = 4 \times 2 = 8V$$

پس بار خازن برابر است با:

$$q = CV = 5 \times 8 = 40 \mu C$$

* می‌توان گفت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 4Ω و 12Ω برابر $24V$ است. بنابراین جریان مقاومت 12Ω برابر $2A$ خواهد شد. در نیمه اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر $V = 4 \times 2 = 8V$ می‌شود. و بار ذخیره شده روی آن برابر $q = CV = 40 \mu C$ خواهد شد.

A ۱۹۹۲- گزینه ی (۲) ابتدا با توجه به رابطه ی $R = \rho \frac{\ell}{A}$ مقاومت هر دو را نوشته، بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A = \rho_B \\ r_A = 2r_B \xrightarrow{A=\pi r^2} A_A = 4A_B \\ \ell_A = 2\ell_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{\rho_B \ell_B}{A_B}}{\frac{\rho_A \ell_A}{A_A}} = \frac{\ell_B \times A_A}{\ell_A \times A_B} = \frac{\ell_B \times 4A_B}{2\ell_B \times A_B} = 2$$

B ۱۹۹۳- گزینه ی (۲) ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست آورده سپس به کمک آن جریان کل مدار (I) را به‌دست می‌آوریم.

$$R_{\text{ع},9} = \frac{9 \times 6}{9 + 6} = \frac{18}{5} \Omega$$

$$V_{MN} = R_T \cdot I \Rightarrow 28 = (2 + \frac{18}{5})I \Rightarrow I = 5A$$

دو مقاومت 6Ω و 9Ω موازی بوده و ولتاژ دو سر آن‌ها برابر و جریان I بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} 9I_1 = 6I_2 \\ I_1 + I_2 = I \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = 2A, \quad I_2 = 3A$$

B ۱۹۹۴- گزینه ی (۱) با توجه به ثابت بودن ولتاژ دو سر مقاومت ($V = \varepsilon$)، طبق رابطه ی $U = \frac{V^2}{R} t$ برای افزایش حرارت تولید شده باید مقاومت

سیم کاهش یابد. به این ترتیب طبق رابطه ی $R = \frac{\rho L}{A}$ ، باید قطر سیم بیش‌تر و طول آن کم‌تر شود.

A ۱۹۹۵- گزینه ی (۴) تمام وسایل برق شهر به جز کنتور و فیوز ورودی به صورت موازی به برق شهر متصل شده و ولتاژ آن‌ها برابر است پس:

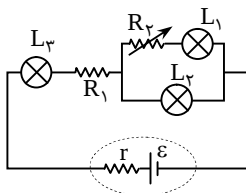
$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 200W \\ P_2 = 500W \\ V_1 = V_2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{500}{200} = 2.5$$

B ۱۹۹۶- گزینه ی (۳) با افزایش R، جریان مدار طبق رابطه ی $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$ کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کم‌تری نشان می‌دهد. ولت‌سنج

V را نشان می‌دهد. با کاهش I، اختلاف پتانسیل دو سر پیل افزایش می‌یابد و ولت‌سنج عدد بیش‌تری نشان می‌دهد.

C ۱۹۹۷- گزینه ی (۲) با افزایش R_p ، مقاومت معادل مدار زیاد می‌شود و جریان مدار کاهش می‌یابد. به

این ترتیب نور L_3 کاهش می‌یابد.



«البته ذکر این نکته ضروری است که اگر یک مقاومت موازی به مدار اضافه شود، مقاومت معادل مدار کم می‌شود ولی اگر مقدار یکی از مقاومت‌هایی موازی در مدار، افزایش یابد مقاومت معادل مدار نیز زیاد می‌شود.»
جریان مدار به دو شاخه‌ی موازی می‌رسد. اولاً جریان مدار کاهش یافته است، ثانیاً با افزایش R_p باید نسبت بیش‌تری از جریان از شاخه‌ی L_3 عبور کند و نسبت کم‌تری از L_1 .

بنابراین قطعاً جریان عبوری از L_1 کم می‌شود و نور آن نیز کاهش می‌یابد ولی جریان عبوری از L_2 وضعیت نامشخصی دارد. بنابراین به این صورت عمل می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} V_{L_3} + V_{R_1} + V_{R_p, L_1, L_2} = V_{\text{پیل}} = \varepsilon - rI \\ \text{کاهش } I \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{L_3 I}_{\text{کاهش}} + \underbrace{R_1 I}_{\text{کاهش}} + V_{R_p, L_1, L_2} = \underbrace{\varepsilon - rI}_{\text{کاهش}}$$

$\Rightarrow V_{R_p, L_1, L_2}$ افزایش می‌یابد

$$\underbrace{V_{R_p, L_1, L_2}}_{\text{افزایش}} = \underbrace{L_2}_{\text{ثابت}} I \Rightarrow I_2 \text{ افزایش می‌یابد}$$

پس نور L_2 زیاد می‌شود.

A ۱۹۹۸- گزینه‌ی (۱) ابتدا به طور عادی جریان را محاسبه می‌کنیم. تماس با زمین در مدار تغییری ایجاد نمی‌کند.

$$I = \frac{\Sigma \varepsilon}{\Sigma R + R_T} = \frac{5 + 5}{2 + 5 + 8 + 10} = 0.4 \text{ A} \quad (\text{جریان پادساعتگرد است.})$$

از نقطه‌ی M از طریق مقاومت ۸ اهمی به زمین می‌رویم:

$$V_M + 8I = V_{\text{زمین}} \Rightarrow V_M + 8 \times 0.4 = 0 \Rightarrow V_M = -3.2 \text{ V}$$

B ۱۹۹۹- گزینه‌ی (۱) برای گره‌ی C قانون جریان‌ها را نوشته و I_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow 5 - 2 - I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 3 \text{ A}$$

با حرکت از A به B داریم:

$$V_A + R_1 I_1 - \varepsilon_1 + r_1 I_1 + \varepsilon_2 - r_2 I_2 - R_2 I_2 = V_B$$

$$V_A + 1 \times 3 - 12 + 1 \times 3 + 6 - 1 \times 2 - 2 \times 2 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = 6 \text{ V}$$

B ۲۰۰۰- گزینه‌ی (۳) با توجه به این که $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ است، جهت جریان مدار پادساعتگرد می‌شود. ε_2 مولد و ε_1 مصرف‌کننده می‌شوند.

از A به B می‌رویم تا جریان را به‌دست آوریم. (از مسیر ACB)

$$V_A - \varepsilon_2 + 2I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 2/5 - 2 \times I \Rightarrow 2/1 = 2/5 - 2I \Rightarrow I = 0.2 \text{ A}$$

حال از مسیر ADB، از A به B می‌رویم تا ε_1 به‌دست آید:

$$V_A - 3I - \varepsilon_1 = V_B \Rightarrow \underbrace{V_A - V_B}_{2/1} - 3I = \varepsilon_1 \Rightarrow \varepsilon_1 = 2/1 - 3 \times 0.2 \Rightarrow \varepsilon_1 = 1/5 \text{ V}$$

یا می‌توانستیم از کسر جریان استفاده کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R_T} \Rightarrow 0.2 = \frac{2/5 - \varepsilon_1}{5} \Rightarrow \varepsilon_1 = 1/5 \text{ V}$$

B ۲۰۰۱- گزینه‌ی (۴) با استفاده از قانون جمع جریان‌ها در گره‌ی A می‌توان I_2 را به‌دست آورد:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow 1/6 + I_2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = 23/6 \text{ A}$$

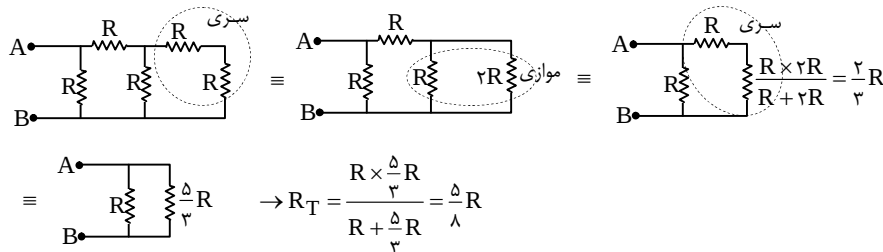
اختلاف پتانسیل دو سر پیل‌ها که با هم موازی هستند با هم برابر است:

$$\varepsilon_1 - r_1 I_1 = \varepsilon_2 - r_2 I_2 \Rightarrow 16 - 0.5 \times 1/6 = \varepsilon_2 - 0.5 \times 23/6 \Rightarrow \varepsilon_2 = 16/4 \text{ V}$$

B ۲۰۰۲- گزینه‌ی (۳)

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{V_1^2}{R} \\ P_2 &= \frac{V_2^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} \Rightarrow \frac{P_2}{10} = \frac{22^2}{11^2} = 4 \Rightarrow P_2 = 40 \text{ W}$$

A ۲۰۰۳- گزینه‌ی (۴)



B ۲۰۰۴- گزینه‌ی (۱)

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot I' &= 6 \cdot I'' \\ I' + I'' &= I \end{aligned} \right\} \Rightarrow I' = \frac{2}{3} I, I'' = \frac{1}{3} I$$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= R_1 I'^2 = 10 I'^2 \\ P_2 &= R_2 I''^2 = 30 \times \left(\frac{2}{3} I\right)^2 = \frac{40}{3} I^2 \\ P_3 &= R_3 I''^2 = 50 \times \left(\frac{1}{3} I\right)^2 = \frac{50}{9} I^2 \\ P_4 &= R_4 I''^2 = 10 \times \left(\frac{1}{3} I\right)^2 = \frac{10}{9} I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{بیش‌ترین توان مصرفی مربوط به } R_1 \text{ است.}$$

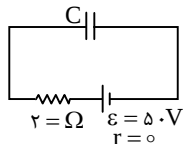
B ۲۰۰۵- گزینهی (۴)

$$\left. \begin{aligned} P_A &= \frac{V_A^2}{R_A} \\ P_B &= \frac{V_B^2}{R_B} \\ V_A &= V_B = 20V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

B ۲۰۰۶- گزینهی (۳) هرگاه خازن به طور کامل باردار می شود، اجازه ی گذر جریان را نمی دهد و جریان در شاخه ی شامل خازن صفر است. در این صورت در دو سر مقاومت افت پتانسیل IR برابر صفر است و مانند این است که دوسر خازن به پیل متصل است.

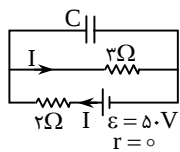
$$\left. \begin{aligned} V_C &= \varepsilon = 10V \\ q &= CV_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow q = 10 \times 10 = 100 \mu C$$

C ۲۰۰۷- گزینهی (۲) قبل از وصل کلید:



$$V_C = \varepsilon = 50V$$

بعد از وصل کلید:



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{50}{0 + 5} = 10A$$

$$V'_C = RI = 2 \times 10 = 20V$$

$$\frac{q_C}{q'_C} = \frac{CV_C}{CV'_C} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$$

A ۲۰۰۸- گزینهی (۲) با فرض ثابت ماندن مقاومت، اگر ولتاژ دو سر آن را افزایش دهیم جریان عبوری از آن دو برابر و بار گذرنده از آن نیز دو برابر می شود.

$$\left. \begin{aligned} V &= RI \\ V_r &= rI \\ q &= It \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_r = rI_1 \Rightarrow q_r = r q_1, \quad t_1 = t_r$$

برای به دست آوردن انرژی مصرف شده در آن می توان از روابط $U = RI^2 t = \frac{V^2}{R} t = VIt$ استفاده کرد که از $U = RI^2 t$ استفاده کرده ایم.

$$\left. \begin{aligned} U &= RI^2 t \\ t_1 &= t_r \\ I_r &= rI_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_r = 4U_1$$

A ۲۰۰۹- گزینهی (۲) طبق رابطه ی $P = RI^2$ ، با دو برابر شدن جریان، توان مصرفی چهار برابر می شود.

B ۲۰۱۰- گزینهی (۴) توان اسمی دو لامپ برابر اما ولتاژ اسمی آن ها متفاوت است پس مقاومت آن ها نیز مختلف است.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 60W \\ V_1 &= 220V \\ P_r &= 60W \\ V_r &= 110V \end{aligned} \right\} \xrightarrow{P_1=P_r} \frac{V_1^2}{R_1} = \frac{V_r^2}{R_r} \Rightarrow \frac{R_1}{R_r} = \left(\frac{V_1}{V_r}\right)^2 = \left(\frac{220}{110}\right)^2 = 4$$

B ۲۰۱۱- گزینهی (۳) وقتی کلید باز است، در مدار جریان نداریم و ولت سنج نیرو محرکه ی پیل را نشان می دهد.

$$\left. \begin{aligned} V &= \varepsilon - rI \\ I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \varepsilon$$

وقتی کلید بسته است ولت سنج هم اختلاف پتانسیل دو سر پیل و هم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می دهد.

$$V = RI \Rightarrow 40 = 20I \Rightarrow I = 2A$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 40 = 50 - r \times 2 \Rightarrow r = 5\Omega$$

C ۲۰۱۲- گزینه‌ی (۳) با بستن کلید، مقاومت R بر اثر اتصال کوتاه حذف می‌شود و مقاومت شاخه‌ی L_1 کم می‌شود. پس مقاومت معادل مدار کم می‌شود، جریان اصلی مدار افزایش می‌یابد و اختلاف پتانسیل دو سر پیل کاهش می‌یابد.

$$I \uparrow = \frac{\varepsilon}{r + R \downarrow} \Rightarrow \text{I افزایش می‌یابد}$$

$$V \downarrow = \varepsilon - r \uparrow I \Rightarrow \text{V کاهش می‌یابد}$$

این ولتاژ، ولتاژ دو شاخه‌ی موازی مدار است:

$$V = (L_1 + R)I_1 = L_1 I_1$$

$$\underbrace{V}_{\text{کاهش}} = \underbrace{L_1}_{\text{ثابت}} I_1 \Rightarrow \text{I}_1 \text{ کاهش می‌یابد}$$

یعنی نور L_2 کم می‌شود.

$$\underbrace{I}_{\text{افزایش}} = I_1 + \underbrace{I_2}_{\text{کاهش}} \Rightarrow \text{I}_1 \text{ افزایش می‌یابد}$$

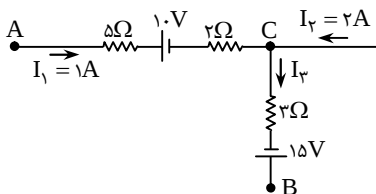
یعنی نور L_1 زیاد می‌شود.

B ۲۰۱۳- گزینه‌ی (۳) وقتی R_3 برابر صفر باشد، تمام جریان مدار از R_3 که سیم بدون مقاومت است عبور می‌کند و جریان عبوری از R_2 برابر صفر می‌شود. وقتی R_3 به سمت بی‌نهایت میل می‌کند تمام جریان مدار از R_2 عبور می‌کند. این جریان برابر است با:

$$\frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{\infty} \Rightarrow R_{2,3} = 10 \Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{2,3} = 5 + 10 = 15 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{30}{0 + 15} = 2 \text{ A}$$



$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 3 \text{ A}$$

B ۲۰۱۴- گزینه‌ی (۱) در تقاطع مدار برای گره‌ی C داریم:

حال از A به B می‌رویم:

$$V_A - 5I_1 - 10 - 2I_2 - 3I_3 + 15 = V_B$$

$$V_A - 5 \times 1 - 10 - 2 \times 1 - 3 \times 3 + 15 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 11 \text{ V}$$

B ۲۰۱۵- گزینه‌ی (۱) جریان‌های هر شاخه را در جهت دلخواه انتخاب می‌کنیم. در نقطه‌ی تقاطع مدار (گره) جمع جریان‌ها صفر است:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

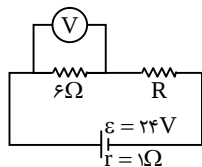
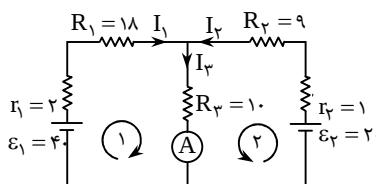
جمع ولتاژها در مسیرهای بسته صفر است:

$$\textcircled{1} \text{ حلقه‌ی ۱: } \varepsilon_1 - r_1 I_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \Rightarrow 40 - 20I_1 - 10I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = 2 - 0.5I_2$$

$$\textcircled{2} \text{ حلقه‌ی ۲: } \varepsilon_2 - r_2 I_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0 \Rightarrow 20 - 10I_2 - 10I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = 2 - I_3$$

$$\text{در معادله‌ی جریان‌ها جایگذاری می‌کنیم: } 2 - 0.5I_3 + 2 - I_3 - I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 1/6 \text{ A}$$

آمپرسنج جریان $I_3 = 1/6 \text{ A}$ را نشان می‌دهد.



$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow 2 = \frac{24}{1 + 6 + R} \Rightarrow R = 5 \Omega$$

با توجه به رابطه‌ی جریان مدار داریم:

B ۲۰۱۷- گزینه‌ی (۴) ابتدا فقط مقاومت ۲ اهمی در مدار قرار دارد.

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{3/2}{0 + 2} = 1/6 \text{ A}$$

با بستن کلید، دو مقاومت ۲ و ۸ اهمی موازی می‌شوند و مقاومت مدار برابر خواهد شد با:

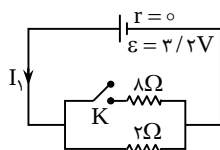
$$R_T = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = 1/6 \Omega$$

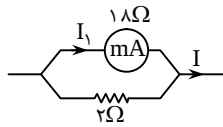
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{3/2}{1/6 + 0} = 2 \text{ A}$$

در حالت جدید جریان مدار برابر است با:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{1/6} = \frac{5}{4}$$

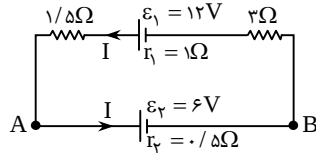
پس نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ برابر است با:





A ۲۰۱۸- گزینهی (۴) مقاومت آمپرسنج و مقاومت ۲ اهمی با هم موازی و دارای اختلاف پتانسیل برابر هستند.

$$\left. \begin{aligned} V_1 = V_2 \Rightarrow 18I_1 = 2I_2 \Rightarrow 9I_1 = I_2 \\ I_1 + I_2 = I \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10I_1 = I \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{1}{10}$$

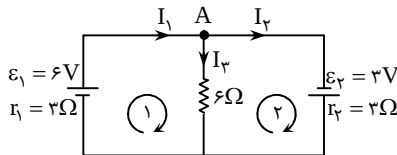


B ۲۰۱۹- گزینهی (۲) ابتدا جریان مدار را محاسبه می‌کنیم. دو پیل $\mathcal{E}_1$ و $\mathcal{E}_2$ خلاف جهت یکدیگر هستند:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R_T} = \frac{12 - 6}{1 + 0.5 + 4.5} = \frac{6}{6} = 1A$$

B ۲۰۲۰- گزینهی (۲) جریان مدار (I) بین دو مقاومت موازی ۸ اهمی به طور مساوی تقسیم می‌شود.

$$P_A = P_R \xrightarrow{P=RI^2} 8\left(\frac{I}{2}\right)^2 = RI^2 \Rightarrow 8 \times \frac{1}{4} = R \Rightarrow R = 2\Omega$$



B ۲۰۲۱- گزینهی (۱) در هر شاخه جریان دلخواهی انتخاب می‌کنیم.

در نقطه‌ی تقاطع مدار (برای گرهی A) با توجه به قانون جمع جریان‌ها داریم:

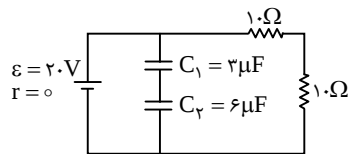
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

در حلقه‌های ۱ و ۲ نیز جمع ولتاژها در مدار بسته برابر صفر است:

$$\begin{aligned} (1) : \mathcal{E}_1 - r_1 I_1 - 6I_3 &= 0 \Rightarrow 6 - 3I_1 - 6I_3 = 0 \Rightarrow I_1 = 2 - 2I_3 \\ (2) : \mathcal{E}_2 - r_2 I_2 + 6I_3 &= 0 \Rightarrow 3 - 3I_2 + 6I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = 1 + 2I_3 \end{aligned}$$

با جایگذاری در معادله‌ی جریان‌ها داریم:

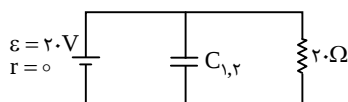
$$(2 - 2I_3) - (1 + 2I_3) - I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 0.2A$$



B ۲۰۲۲- گزینهی (۳) دو مقاومت ۱۰ اهمی با هم متوالی و دو خازن C_1 و C_2 نیز با هم متوالی هستند.

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{18}{9} = 2\mu F$$

مقاومت ۲۰ اهمی و خازن $C_{1,2}$ و پیل با هم موازی هستند.



$$\left. \begin{aligned} V_{r,2} = V_{C_{1,2}} = \mathcal{E} - rI \\ r = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{C_{1,2}} = 20V$$

$$q_{1,2} = C_{1,2} V_{1,2} = 2 \times 20 = 40\mu C$$

بار هریک از خازن‌های متوالی C_1 و C_2 نیز $40\mu C$ است.

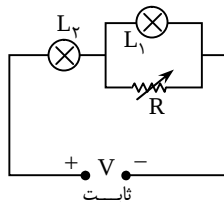
C ۲۰۲۳- گزینهی (۲) وقتی کلید (۲) باز و کلید (۱) بسته است، مدار شامل پیل، مقاومت R و خازن $20\mu F$ است. در مدار جریان وجود ندارد و می‌توان مقاومت R را حذف کرد. ولتاژ دو سر خازن برابر ولتاژ دو سر پیل ($V_C = \mathcal{E}$) می‌باشد. با باز شدن کلید (۱)، پیل از مدار حذف می‌شود و با وصل کلید (۲)، دو خازن با هم موازی می‌شوند.

بار خازن $20\mu F$ بین دو خازن طوری تقسیم می‌شود که ولتاژ آن‌ها برابر شود. پس ولتاژ دو سر خازن‌ها برابر می‌شود با:

$$V_T = \frac{q_T}{C_1 + C_2} = \frac{q_1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1}{C_1 + C_2} = \frac{20 \times \mathcal{E}}{20 + 4} \Rightarrow V_T = \frac{5\mathcal{E}}{6}$$

$$\frac{V_T}{V_C} = \frac{\frac{5\mathcal{E}}{6}}{\mathcal{E}} = \frac{5}{6}$$

در این صورت نسبت ولتاژها برابر است با:



C ۲۰۲۴- گزینهی (۴) افزایش R باعث افزایش مقاومت معادل L_1 و R و در نتیجه افزایش مقاومت کل مدار می‌شود.

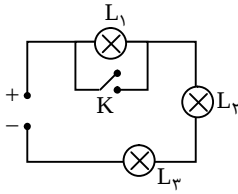
$$\begin{aligned} \frac{1}{\uparrow R_{R,L_1}} &= \frac{1}{R} + \frac{1}{L_1} \\ \uparrow R_T &= L_2 + \uparrow R_{R,L_1} \end{aligned}$$

بنابراین جریان مدار کاهش یافته ($I = \frac{V}{\uparrow R_T} \downarrow$) و نور L_2 کم می‌شود.

$$V_{L_2} + V_{L_1,R} = V_{\text{ثابت}} \Rightarrow L_2 I \downarrow + V_{L_1,R} = V_{\text{ثابت}} \Rightarrow V_{L_1,R} \uparrow$$

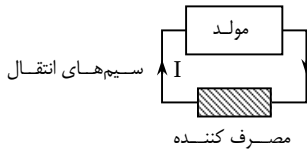
با افزایش V دو سر L_1 و R، هر یک زیاد شده و جریان عبوری از L_1 زیاد می‌شود:

پس نور L_1 زیاد می‌شود. یا می‌توان گفت ولتاژ دو سر لامپ ۱ افزایش یافته و طبق رابطه‌ی $P = \frac{V^2}{R}$ چون مقاومت لامپ ثابت است توان مصرفی (روشنایی) آن زیاد می‌شود.



۲۰۲۵- گزینه‌ی (۱) با وصل کلید، بر اثر اتصال کوتاه، لامپ L_1 حذف می‌شود. مقاومت مدار کاهش یافته و جريان مدار زیاد می‌شود. پس L_1 خاموش و دو لامپ دیگر پرنور می‌شوند. با توجه به گزینه‌ها فرض این است که با زیاد شدن جريان هیچیک از لامپ‌ها آسیب نمی‌بیند.

۲۰۲۶- گزینه‌ی (۲)



$$P_{\text{مولد}} = VI \Rightarrow 4000 = 2000 \cdot I \Rightarrow I = 0.2 \text{ A}$$

مقاومت سیم‌ها 0.5Ω و جريان در مدار 0.5 A است. و توان تلف شده در کابل‌ها $P = RI^2$ است.

$$P = RI^2 = 0.5 \times (0.2)^2 = 0.02 \text{ W}$$

۲۰۲۷- گزینه‌ی (۳) شاخه‌ی R_1 و R_2 با شاخه‌ی R_3 و R_4 موازی و ولتاژ آن‌ها برابر است، پس ابتدا رابطه‌ی بین جريان دو شاخه را به دست می‌آوریم:

$$(R_1 + R_2)I' = (R_3 + R_4)I'' \Rightarrow 4I' = 8I'' \Rightarrow I' = 2I''$$

توان مصرفی در R_1 از R_2 کمتر است زیرا سری بوده و مقاومت R_1 کوچک‌تر است همچنین در شاخه‌ی پایین توان R_3 از R_4 کمتر است. پس توان P_1 و P_2 را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 < R_2 \Rightarrow P_1 < P_2 \quad P_1 = R_1 I'^2 = 4I''^2 \\ R_3 < R_4 \Rightarrow P_3 < P_4 \quad P_3 = R_3 I''^2 = 2I''^2 \end{array} \right\} \Rightarrow P_3 < P_1$$

۲۰۲۸- گزینه‌ی (۳) جريان مقاومت R_1 ، 2 A و گرمای تولید شده در آن 600 J است پس می‌توان مقاومت آن را به دست آورد.

$$U_1 = R_1 I_1 t \Rightarrow 600 = R_1 \times 2 \times (5 \times 60) \Rightarrow R_1 = 5 \Omega$$

$$I_2 = 2/5 - 2 = 0.4 \text{ A}$$

جريان عبوری از مقاومت R_2 برابر است با:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 5 \times 2 = R_2 (0.4) \Rightarrow R_2 = 25 \Omega$$

۲۰۲۹- گزینه‌ی (۴) توان مصرفی در مقاومت R برابر است با:

$$P = RI^2 = VI = \frac{V^2}{R}$$

V ولتاژ دو سر مقاومت، ولتاژ دو سر پیل نیز می‌باشد.

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 40 = \frac{80^2}{R} \Rightarrow R = \frac{6400}{40} = 160 \Omega$$

۲۰۳۰- گزینه‌ی (۲) جريان وارد قطب مثبت باتری شده و از قطب منفی خارج می‌شود، بنابراین این پیل، یک مصرف کننده است و اختلاف پتانسیل دو سر آن $V = \mathcal{E} + rI$ است.

$$V_A - \mathcal{E} - rI = V_B \Rightarrow V_A - V_B = \mathcal{E} + rI$$

نمودار این معادله خط راستی است با شیب $+r$.

۲۰۳۱- گزینه‌ی (۲) جريان I_2 را به دست می‌آوریم:

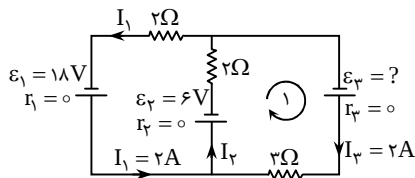
$$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow 2 - I_2 + 2 = 0 \Rightarrow I_2 = 4 \text{ A}$$

جمع ولتاژها در هر حلقه‌ی بسته برابر صفر است:

$$\text{حلقه‌ی (۱)}: \mathcal{E}_3 - 2I_3 - \mathcal{E}_2 - 2I_2 = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_3 - 3 \times 2 - 6 - 2 \times 4 = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_3 = 20 \text{ V}$$

۲۰۳۲- گزینه‌ی (۳) ابتدا جريان مدار را به دست می‌آوریم:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_T} = \frac{20}{0 + 1 + 2 + 1} = 5 \text{ A}$$

$$V_C = V_R \xrightarrow{V_R = IR} V_C = 2 \times 5 = 10 \text{ V}$$

$$q = CV = 5 \times 10 = 50 \mu\text{C}$$

خازن $5 \mu\text{F}$ با مقاومت 2Ω موازی و ولتاژ دو سر آن‌ها یکی است.

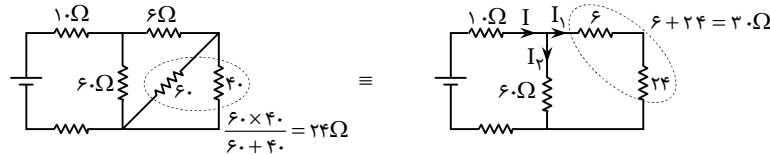
B ۲۰۳۳-گزینه‌ی (۱) مقدار باری که مولد می‌تواند در مدار به شارش درآورد برابر است با: $q = I \cdot t$ این عدد معمولاً بر حسب آمپر ساعت بیان می‌شود. وقتی دو لامپ ۶ ولت، ۲۴ وات را به طور متوالی به مولد ۱۲ ولتی وصل می‌کنیم به هر یک ولتاژ ۶ ولت می‌رسد و جریان زیر از آن عبور می‌کند:

$$P = VI \Rightarrow 24 = 6I \Rightarrow I = 4A$$

پس زمان کار کردن مولد مشخص می‌شود:

$$q = I \cdot t \Rightarrow 24(Ah) = 4(A) \times t \Rightarrow t = 6(h)$$

B ۲۰۳۴-گزینه‌ی (۲)



ابتدا جریان مقاومت 6Ω را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 24 = 6I^2 \Rightarrow I_1 = 2A$$

مقاومت 6Ω و 24Ω سری و مجموعه‌ی آن‌ها با 6Ω موازی است پس جریان عبوری از مقاومت 6Ω برابر است با:

$$V_p = V_1 \Rightarrow 6 \cdot I_p = 3 \cdot I_1 \Rightarrow I_p = \frac{1}{2} I_1 \Rightarrow I_p = 1A$$

حال می‌توان جریان کل مدار که جریان عبوری از مقاومت 10Ω است به دست آورد.

$$I = I_1 + I_p = 3A$$

توان مصرفی در مقاومت 10Ω برابر است با:

$$P = RI^2 = 10 \cdot (3)^2 = 90W$$

B ۲۰۳۵-گزینه‌ی (۴) وصل کلید K هیچ تأثیری در مدار ندارد. قبل از وصل کلید، L_1 و L_2 موازی هستند. بعد از وصل کلید نیز L_1 و L_2 موازی هستند. پس تغییری در مدار داده نمی‌شود و نور لامپ‌ها ثابت می‌ماند.

C ۲۰۳۶-گزینه‌ی (۴) با بستن کلید، مقاومت R_p حذف و مقاومت مدار کم می‌شود. پس جریان اصلی مدار زیاد می‌شود و آمپرسنج A_p باید مقدار بیش‌تری نشان دهد.

اگر ولتاژ مجموعه‌ی مقاومت‌های R_1 ، R_p و R_2 را با V_1 نمایش دهیم با توجه به این‌که با R_p متوالی هستند، داریم:

$$V_1 + V_p = V_{\text{پیل}} \Rightarrow V_1 + \underbrace{R_p I}_{\text{افزایش}} = \underbrace{\varepsilon - rI}_{\text{کاهش}} \Rightarrow V_1 \text{ کاهش می‌یابد}$$

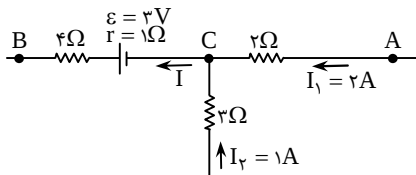
V_1 ولتاژ هر دو شاخه‌ی موازی است:

$$\underbrace{V_1}_{\text{کاهش}} = R_1 I_1 \Rightarrow I_1 \text{ کاهش می‌یابد}$$

پس آمپرسنج A_1 باید عدد کم‌تری نشان دهد.

B ۲۰۳۷-گزینه‌ی (۴) با قطع کلید، یک مقاومت موازی از مدار حذف و مقاومت معادل مدار زیاد می‌شود. پس جریان مدار کم و ولتاژ دو سر پیل $(V = \varepsilon - rI)$ افزایش می‌یابد.

B ۲۰۳۸-گزینه‌ی (۴) برای گره‌ی C قانون جریان‌ها را می‌نویسیم:



$$I_1 + I_2 - I = 0 \Rightarrow I = 3A$$

اکنون از A به B می‌رویم:

$$V_A - 2I_1 + \varepsilon - rI - 4I = V_B \Rightarrow V_A - 2 \times 2 + 3 - 1 \times 3 - 4 \times 3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 16V$$

C ۲۰۳۹-گزینه‌ی (۴)

کاهش جریان اصلی مدار $(I) \Rightarrow$ افزایش $R_T \Rightarrow R_p$ افزایش

$$\left. \begin{array}{l} V_p = \varepsilon - rI \\ I \text{ کاهش} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{V_p \text{ افزایش}}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_p = R_p I \\ I \text{ کاهش} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{V_p \text{ کاهش}}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_3 = V_r + V_{1,3,4} \\ \text{افزایش } V_3 \\ \text{کاهش } V_r \end{array} \right\} \Rightarrow V_{1,3,4} \text{ افزایش}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{1,3,4} = V_{R_3} = V_{1,4} \\ \text{افزایش } V_{R_3} = R_3 I_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{I_3 \text{ (آمپرسنج) افزایش}}$$

$$\left. \begin{array}{l} I = I_1 + I_3 \\ \text{کاهش } I \\ \text{افزایش } I_3 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 \text{ کاهش}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = R_1 I_1 \\ \text{کاهش } I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{V_1 \text{ کاهش}}$$

C ۲۰۴۰-گزیده‌ی (۴) وقتی کلید باز است، مقاومت‌های 4Ω و 1Ω با خازن، متوالی هستند و از مدار حذف می‌شوند. خازن با ولتاژی برابر ε پر می‌شود.

$$U_1 = \frac{C V^2}{2} = \frac{C \varepsilon^2}{2}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{10}$$

$$V_C = R I = 5 \times \frac{\varepsilon}{10} = \frac{\varepsilon}{2}$$

وقتی کلید بسته می‌شود، جریانی در مدار برقرار می‌شود.

ولتاژ خازن نصف شده پس انرژی آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

C ۲۰۴۱-گزیده‌ی (۳)

$$V_1 = 15 I_1 \Rightarrow 30 = 15 I_1 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$V_r = 10 I_r \Rightarrow 30 = 10 I_r \Rightarrow I_r = 3A$$

با توجه به شکل، جهت جریان‌های I_1 و I_r می‌تواند یکی از حالت‌های زیر باشد.

در این حالت آمپرسنج، ۵ آمپر نشان می‌دهد.

$$\varepsilon_1 - 3 \times 10 - 6 \times 5 - 8 \times 3 - 2 \times 3 = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = 90V$$

$$\varepsilon_r - 15 \times 2 - 6 \times 5 - 5 \times 2 = 0 \Rightarrow \varepsilon_r = 70V$$

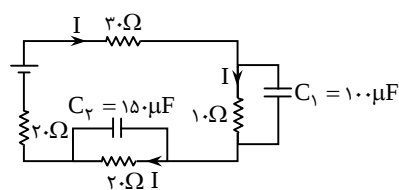
در این حالت آمپرسنج، ۱ آمپر نشان می‌دهد.

$$\varepsilon_1 - 3 \times 10 - 6 \times 1 - 8 \times 3 - 2 \times 3 = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = 66V$$

$$\varepsilon_r + 15 \times 2 - 6 \times 1 + 5 \times 2 = 0 \Rightarrow \varepsilon_r = -34V$$

در حالت دوم ε_r منفی شده و قابل قبول نیست.

C ۲۰۴۲-گزیده‌ی (۳) مقاومت سری شده با خازن را می‌توان از مدار حذف کنیم. خازن C_1 با مقاومت 10 اهم و خازن C_r با مقاومت 20 اهم موازی هستند.



$$V_{C_1} = R I = 10 I$$

$$V_{C_r} = R I = 20 I$$

$$\frac{q_r}{q_1} = \frac{C_r V_{C_r}}{C_1 V_{C_1}} = \frac{150 \times 20 I}{100 \times 10 I} = 3$$

C ۲۰۴۳-گزیده‌ی (۴) با افزایش R_r ، مقاومت معادل مدار زیاد شده و جریان اصلی مدار کم می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} V = \varepsilon - r I \\ \text{کاهش } I \end{array} \right\} \Rightarrow V \text{ افزایش می‌یابد}$$

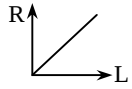
R_3 با حاصل R_1 و R_r متوالی است.

$$V_{\text{پل}} = V_r + V_{1,2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon - r I = R_r I + V_{1,2} \\ \text{کاهش } I \end{array} \right\} \Rightarrow V_{1,2} \text{ افزایش می‌یابد}$$

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = V_r = V_{1,2} \Rightarrow R_1 I_1 = V_{1,2} \\ \text{افزایش } V_{1,2}, \text{ ثابت } R_1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 \text{ افزایش می‌یابد}$$

- B ۲۰۴۴- گزینه‌ی (۴) در روابط فیزیکی تشخیص تابع و متغیر بسیار مهم است. در رابطه‌ی $R = \frac{\rho L}{A}$ ، اگر یک سیم با سطح مقطع ثابت داشته باشیم ρ و A ثابت بوده و R تابعی از متغیر L می‌باشد که رابطه‌ی آن‌ها خطی است و نمودار مقاومت برحسب طول به صورت روبه‌رو می‌شود: نمودار مقاومت برحسب طول به صورت روبه‌رو می‌شود:



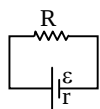
ولی با توجه به این که در صورت مسأله ذکر شده: **جرم ثابت**، با تغییر طول، سطح مقطع سیم نیز تغییر می‌کند و دو متغیر در این تساوی وجود دارد و باید رابطه را به صورت زیر درآوریم:

$$A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{\rho L_2}{A_2}}{\frac{\rho L_1}{A_1}} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{L_2}{L_1} \\ \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Rightarrow R \propto L^2$$

- A ۲۰۴۵- گزینه‌ی (۲)

$$PRC = \frac{V^2}{R} RC = V \times V \times C = Vq = \Delta U$$

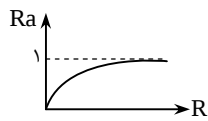
- B ۲۰۴۶- گزینه‌ی (۳) بازده مولد برابر نسبت توان مفید به توان تولیدی مولد است



$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}} = \frac{VI}{\varepsilon I} \Rightarrow Ra = \frac{V}{\varepsilon} = \frac{\frac{R}{R+r} \varepsilon}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r}$$

$$Ra = \frac{R}{R+r} \Rightarrow 0.75 = \frac{6}{6+r} \Rightarrow r = 2\Omega$$

- B ۲۰۴۷- گزینه‌ی (۲) با توجه به رابطه‌ی $Ra = \frac{R}{R+r}$ و نمودار بازدهی مولد برحسب R ، با افزایش مقدار R بازده نیز افزایش می‌یابد تا به حداکثر خود برسد.



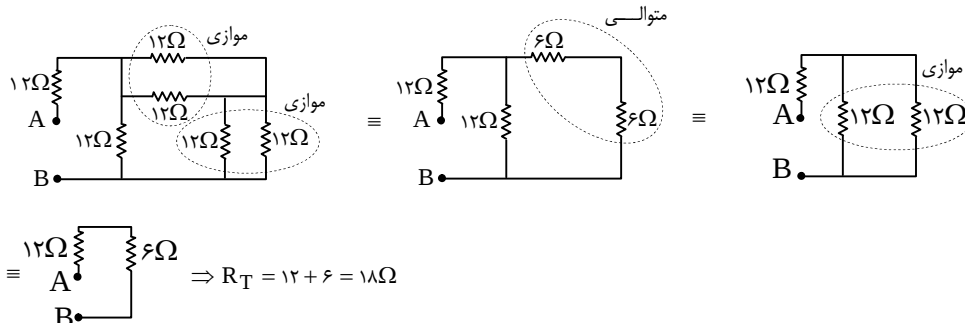
$$\begin{cases} R = 0 \rightarrow Ra = 0 \\ R \rightarrow \infty \Rightarrow Ra \rightarrow 1 \end{cases}$$

- A ۲۰۴۸- گزینه‌ی (۳) مقاومت 2Ω و 3Ω با هم متوالی و حاصل آن‌ها با 5Ω موازی و حاصل این سه با 5Ω و $2/5\Omega$ متوالی هستند.

سری: $2+3=5$

$$\text{موازی: } \frac{5 \times 5}{5+5} = 2/5, \quad R_T = 2/5 + 2/5 + 5 = 1.0\Omega$$

- B ۲۰۴۹- گزینه‌ی (۳)

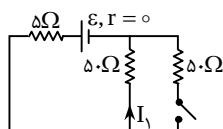


- A ۲۰۵۰- گزینه‌ی (۴)

$$2x, x \text{ موازی} \Rightarrow R_{x,2x} = \frac{2x \times x}{2x+x} = \frac{2}{3}x$$

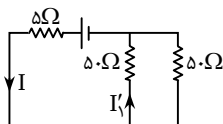
$$R_T = \frac{2}{3}x + 3 = 7 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow x = 6\Omega$$

B ۲۰۵۱-گزینهی (۲) وقتی کلید باز است:



$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{\varepsilon}{0 + 5 + 50} = \frac{\varepsilon}{55}$$

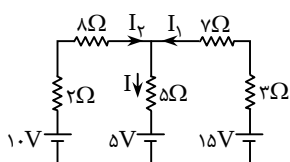
وقتی کلید بسته است، جریان مدار به طور مساوی بین دو مقاومت ۵۰ اهمی تقسیم می‌شود.



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{\varepsilon}{0 + 5 + \frac{50 \times 50}{50 + 50}} = \frac{\varepsilon}{30}$$

$$I_1' = \frac{I}{2} = \frac{\varepsilon}{60} \Rightarrow \frac{I_1'}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{60}}{\frac{\varepsilon}{55}} \Rightarrow \frac{I_1'}{I_1} = \frac{11}{12}$$

B ۲۰۵۲-گزینهی (۴)



$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I = 0 \\ 15 - 2I_1 - 7I_2 - 5I - 5 = 0 \Rightarrow I_1 = 1 - 0.5I \\ 10 - 2I_2 - 8I_2 - 5I - 5 = 0 \Rightarrow I_2 = 0.5 - 0.5I \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 - 0.5I + 0.5 - 0.5I - I = 0 \Rightarrow I = \frac{3}{4} A$$

C ۲۰۵۳-گزینهی (۴) از E به M می‌رویم:

$$V_E - 2I_1 + 40 - 8I_2 = V_M \Rightarrow 0 - 2 \times 2 + 40 - 8 \times 2 = V_M \Rightarrow V_M = 20V$$

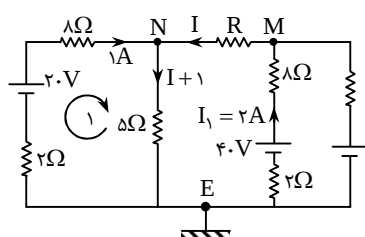
در حلقه‌ی (۱) (⌚) جمع پتانسیل‌ها صفر است:

$$-5(I+1) - 2 \times 1 + 20 - 8 \times 1 = 0 \Rightarrow I = 1$$

از نقطه‌ی M به N و E می‌رویم.

$$V_M - RI - 5(I+1) = V_E$$

$$20 - R \times 1 - 5(1+1) = 0 \Rightarrow R = 10\Omega$$



B ۲۰۵۴-گزینهی (۴) با وصل کلید K، به صورت موازی به R۲ اضافه می‌شود و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد. به این ترتیب جریان

$$\uparrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

اصلی مدار (I۱) زیاد می‌شود.

با افزایش جریان کل، ولتاژ دو سر پیل کاهش می‌یابد ($V_{\downarrow} = \varepsilon - I_1^{\uparrow} r$) اما اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R۱ افزایش می‌یابد

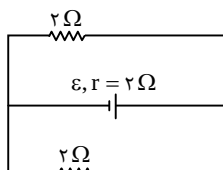
$$(V_1^{\uparrow} = RI_1^{\uparrow}) \text{ پس ولتاژ } V_{۲,۳} \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$\downarrow V_{۲,۳} = \downarrow V_{\text{پیل}} - V_1^{\uparrow} \Rightarrow$$

$$V_{۲,۳} = R_2 I_2 \Rightarrow \text{کاهش می‌یابد } I_2$$

کاهش

B ۲۰۵۵-گزینهی (۳) وقتی کلید بسته است، دو مقاومت ۲ اهمی موازی هستند.



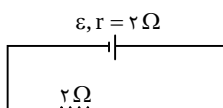
$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\Omega$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_T} = \frac{\varepsilon}{2 + 1} = \frac{\varepsilon}{3}$$

$$\text{تلف شده } P_1 = r I_1^2 = 2 \left(\frac{\varepsilon}{3} \right)^2 = \frac{2\varepsilon^2}{9}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon}{2 + 2} = \frac{\varepsilon}{4}$$

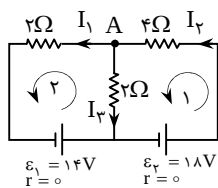
وقتی کلید باز است، مقاومت ۲ اهمی از مدار حذف می‌شود:



$$\text{تلف شده } P_2 = r I_2^2 = 2 \left(\frac{\varepsilon}{4} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{8}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{8}}{\frac{2\varepsilon^2}{9}} = \frac{9}{16}$$

B ۲۰۵۶- گزینه‌ی (۳)



$$(a) \text{ حلقه‌ی (۱): } \varepsilon_2 - 4I_2 - 2I_3 = 0 \Rightarrow 18 - 4I_2 - 2I_3 = 0 \Rightarrow I_2 = 4.5 - 0.5I_3$$

$$(b) \text{ حلقه‌ی (۲): } \varepsilon_1 + 2I_3 - 2I_1 = 0 \Rightarrow 14 + 2I_3 - 2I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 7 + I_3$$

$$A \text{ نقطه‌ی: } I_2 = I_1 + I_3 \xrightarrow{(b),(a)} 4.5 - 0.5I_3 = 7 + I_3 + I_3$$

$$\Rightarrow 2/5 I_3 = -2/5 \Rightarrow I_3 = -1$$

$$(a) \Rightarrow I_2 = 4.5 - 0.5(-1) = 5A$$

B ۲۰۵۷- گزینه‌ی (۱) هنگام وصل کلید، خازن بدون بار شبیه اتصال کوتاه عمل کرده تمام جریان مدار از شاخه‌ی خازن می‌گذرد.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = 0 \\ I = I_2 = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{10}{1} = 10A \end{array} \right. \text{ بلافاصله پس از بستن کلید}$$

B ۲۰۵۸- گزینه‌ی (۱) هنگامی که خازن باردار است از شاخه‌ی شامل خازن جریانی نمی‌گذرد. ابتدا جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow I = \frac{10}{1 + 5} = 2A$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن C و مقاومت R با هم برابر است زیرا موازی هستند.

$$V_C = V_R = I_R = 2 \times 4 = 8V \Rightarrow q = CV_C = 10 \times 8 = 80 \mu C$$

B ۲۰۵۹- گزینه‌ی (۴) خازن C1 با مولد متوالی بسته شده است. پس جریان مدار صفر است. به این ترتیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R1 و R2 صفر است.

$$V_{C_2} = V_{R_2} = IR_2 \xrightarrow{q_2 = C_2 V_{C_2}} q_2 = 0$$

در این حالت، خازن C1 مستقیماً به دو سر مولد متصل است.

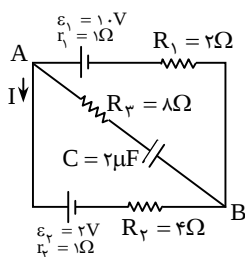
$$\left. \begin{array}{l} q_1 = C_1 V_1 \\ V_1 = \varepsilon = 20V \end{array} \right\} \Rightarrow q_1 = 50 \times 20 = 1000 \mu C$$

B ۲۰۶۰- گزینه‌ی (۲) از شاخه‌ی شامل خازن جریانی نمی‌گذرد. پس:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{10}{4 + 1} = 2A$$

$$P = RI^2 = 4(2)^2 = 16W$$

B ۲۰۶۱- گزینه‌ی (۱) از شاخه‌ی خازن جریانی نمی‌گذرد و R3 ولتاژ ندارد و از مدار حذف است و جریان مدار برابر است با:



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + r_1 + r_2} = \frac{10 - 2}{6 + 1 + 1} = \frac{8}{8} = 1A$$

$$V_A - \varepsilon_2 - Ir_2 - IR_2 = V_B$$

$$V_A - 2 - 1 - 4 = V_B$$

$$V_A - V_B = 7V$$

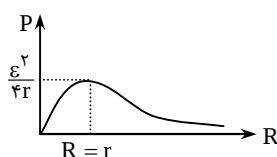
$$q = C(V_A - V_B) = 2 \times 7 = 14 \mu C$$

B ۲۰۶۲- گزینه‌ی (۳) نکته: در یک مدار هنگامی توان مصرفی مدار بیشینه است که $R = r$ باشد. که در این صورت $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

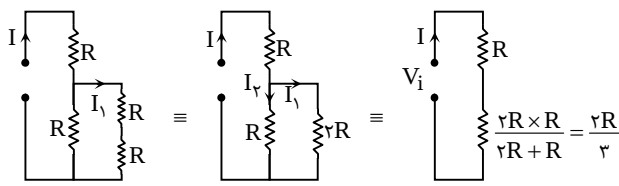
$$R_T = 2\Omega \Rightarrow P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{(12)^2}{4 \times 2} = 18W$$

$$P_{max} = 18W$$

نکته: می‌توان نمودار توان مفید پیل یا توان مصرفی مدار خارجی را بر حسب R رسم کرد.



B ۲۰۶۳-گزينه‌ی (۴)

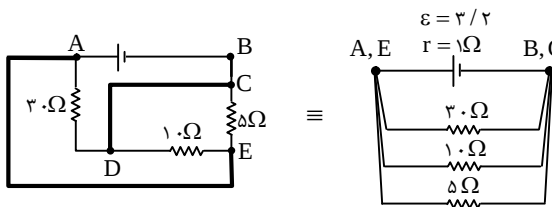


$$V_i = (R + \frac{2R}{3})I = \frac{\Delta RI}{3}$$

V_o اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R است که جریان I_1 از آن عبور می‌کند. مقاومت R و $2R$ موازی هستند. پس می‌توان I_1 را برحسب I به دست می‌آورد. (جریان به نسبت ممکن بین مقاومت‌های موازی تقسیم می‌شود).

$$I_1 = \frac{R}{R + 2R} I = \frac{1}{3} I, \quad V_o = RI_1 = R \times \frac{I}{3} \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{RI}{3}}{\frac{\Delta RI}{3}} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{5}$$

C ۲۰۶۴-گزينه‌ی (۴) ابتدا تمام نقاط را اسم‌گذاری کرده و مدار را مجدداً رسم می‌کنیم.



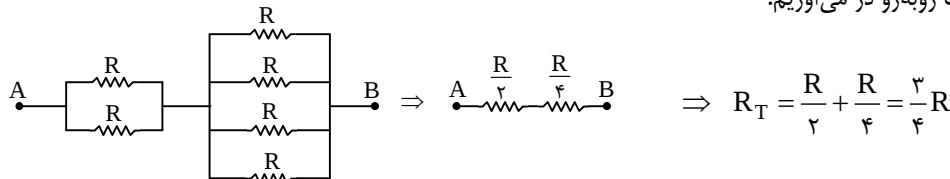
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1+3+6}{30} \Rightarrow R_T = 3\Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_T} = \frac{3/2}{1+3} = 0.1875 \text{ A}$$

دو نقطه‌ی A و B دو سر پیل هستند:

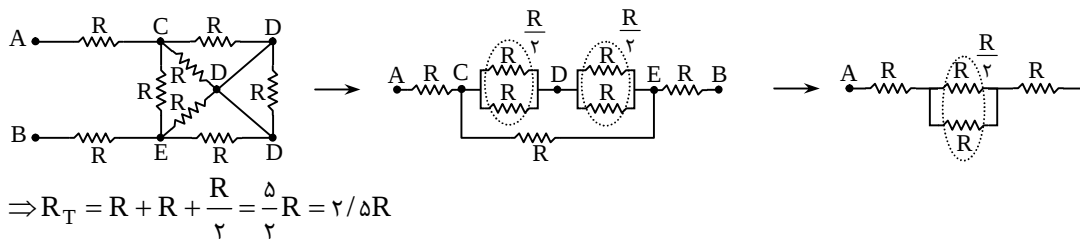
$$V_A - V_B = \epsilon - rI = 3/2 - 1 \times 0.1875 = 1.0625 \text{ V}$$

B ۲۰۶۵-گزينه‌ی (۴) شکل را به صورت روبه‌رو در می‌آوریم:



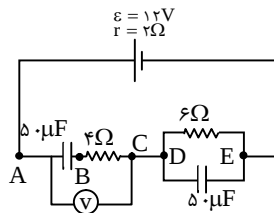
$$\Rightarrow R_T = \frac{R}{2} + \frac{R}{4} = \frac{3}{4}R$$

B ۲۰۶۶-گزينه‌ی (۴)



$$\Rightarrow R_T = R + R + \frac{R}{5} = \frac{11}{5}R = 2.2R$$

B ۲۰۶۷-گزينه‌ی (۴) در شاخه‌ی اصلی مدار یک خازن قرار گرفته است پس جریانی در مدار وجود ندارد.



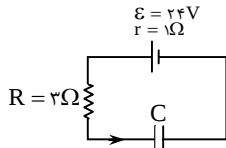
$$V_{DE} = \epsilon I = 0$$

$$V_{BC} = \epsilon I = 0 \Rightarrow V_{\text{ولت‌سنج}} = V_{AB} + V_{BC} = V_{AB}$$

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{DE} = V_T = \epsilon - rI$$

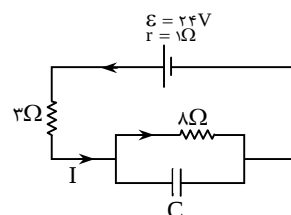
$$\Rightarrow V_{\text{ولت‌سنج}} + 0 + 0 = \epsilon - r \times 0 = 12 \text{ V}$$

B ۲۰۶۸-گزينه‌ی (۳) ابتدا کلید باز بوده و مقاومت ۸ اهمی در مدار وجود ندارد.



$$V_R + V_C = \epsilon - rI \rightarrow RI + V_C = \epsilon - rI \Big|_{I=0} \rightarrow V_C = \epsilon = 24 \text{ V}$$

بعد از بسته‌شدن کلید، جریان در مقاومت ۳ و ۸ اهمی برقرار شود و خازن نیز موازی با مقاومت ۸ اهمی است.



$$I = \frac{\epsilon}{r + R} = \frac{24}{1+3+8} = 2 \text{ A}$$

$$V_C = \epsilon I = 8 \times 2 = 16 \text{ V}$$

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{CV_2}{CV_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

B ۲۰۶۹- گزینه‌ی (۱)

$$W = P \cdot t = \frac{۲۰۰}{۱۰۰} (kW) \times \frac{۹۰}{۶۰} (h) = ۰/۲ \times ۱/۵ (kWh) = ۰/۳ kWh$$

B ۲۰۷۰- گزینه‌ی (۴) وقتی کلید باز است.

$$I = \frac{\varepsilon}{۳R}, \quad V = \frac{\varepsilon}{۳R} \times ۲R = \frac{۲\varepsilon}{۳}$$

پس از وصل کلید:

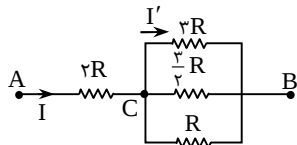
$$I' = \frac{\varepsilon}{R + \frac{۲R}{۲}} = \frac{\varepsilon}{۲R}, \quad V' = I' \left(\frac{۲R}{۲} \right) = \frac{\varepsilon}{۲R} \cdot R = \frac{\varepsilon}{۲}$$

در این صورت:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{\varepsilon}{۲R}}{\frac{\varepsilon}{۳R}} = \frac{۳}{۲}, \quad \frac{V'}{V} = \frac{\frac{\varepsilon}{۲}}{\frac{۲\varepsilon}{۳}} = \frac{۳}{۴}$$

 B ۲۰۷۱- گزینه‌ی (۲) ابتدا جریان عبوری از مقاومت $۳R$ را برحسب I محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۱}{R_{BC}} = \frac{۱}{R} + \frac{۲}{۳R} + \frac{۱}{۳R} = \frac{۳+۲+۱}{۳R} \Rightarrow R_{BC} = \frac{R}{۲}$$



$$V_{BC} = I(R_{BC}) = I \frac{R}{۲}, \quad I' = \frac{V_{BC}}{۳R} = \frac{\frac{IR}{۲}}{۳R} = \frac{I}{۶}$$

$$\frac{P_{2R}}{P_{3R}} = \frac{(2R)I'^2}{(3R)(\frac{I}{6})^2} = \frac{۲}{۳} \times ۳۶ = ۲۴$$

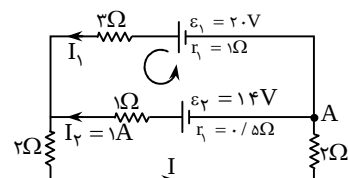
B ۲۰۷۲- گزینه‌ی (۴) ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم. دقت کنید از خازن باردار جریان نمی‌گذرد. و جهت جریان در مدار ساعتگرد است.

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{۱۴ - ۱۰}{۸ + ۱ + ۱} = ۰/۴ A$$

$$V_A - \varepsilon_1 - Ir_1 - \Delta I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۱۰ + ۰/۴ + ۲ = ۱۲/۴ V$$

$$q = CV_C = C(V_A - V_B) = ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۲/۴ = ۱/۲۴ \times ۱۰^{-۶} C$$

B ۲۰۷۳- گزینه‌ی (۱) برای حلقه‌ی بالایی قانون ولتاژها را می‌نویسیم.



$$V_A + ۲۰ - I_1 - ۳I_1 + ۱/۵ - ۱۴ + ۰/۵ = V_A$$

$$۸ = ۴I_1 \Rightarrow I_1 = ۲ A$$

A ۲۰۷۴- گزینه‌ی (۲)

$$R = \rho \frac{l}{A} \left\{ \begin{array}{l} R_r = \rho_r \times \frac{l_r}{A_r} \times \left(\frac{D_1}{D_r} \right)^2 \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{l_A}{l_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 \\ A = \pi \frac{D^2}{۴} \end{array} \right.$$

$$\frac{R_A}{R_B} = ۲ \times \left(\frac{۲D_A}{D_A} \right)^2 = ۸$$

B ۲۰۷۵- گزینه‌ی (۴) ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{۴}{۲} = ۲ A$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow ۲ = \frac{\varepsilon}{(۲ + \frac{۶}{۲}) + ۱} \Rightarrow \varepsilon = ۱۲ V$$

B ۲۰۷۶- گزینه‌ی (۲)

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{V^2}{R_1}, \quad 200 = \frac{V^2}{R_2}, \quad 500 = \frac{V^2}{R_3}$$

$$\text{کل: } P_T = \frac{V^2}{R_T} = \frac{V^2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

مخرج این کسر از مخرج هریک از کسرهای قبل بیش‌تر، پس حاصل آن کم‌تر از هریک از کسرها است.

$$\frac{V^2}{R_1 + R_2 + R_3} < \frac{V^2}{R_1}, \frac{V^2}{R_2}, \frac{V^2}{R_3} \Rightarrow P_T < 100\text{W}, 200\text{W}, 500\text{W}$$

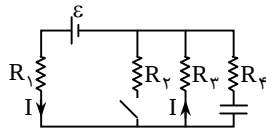
A ۲۰۷۷- گزینه‌ی (۱)

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 36 = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = 4\Omega$$

$$P' = \frac{V'^2}{R} \Rightarrow P' = \frac{6^2}{4} = 9\text{W}$$

C ۲۰۷۸- گزینه‌ی (۳)

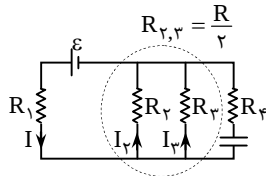
وقتی کلید باز است:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{\varepsilon}{2R}$$

$$V_C = R_3 I = R \times \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon}{2}$$

وقتی کلید بسته است:



$$I' = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_{2,3}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{R}{2}} = \frac{2\varepsilon}{3R}$$

$$V'_C = R_3 I' = \frac{R}{2} \times \frac{2\varepsilon}{3R} = \frac{\varepsilon}{3}$$

$$\frac{q'_C}{q_C} = \frac{CV'_C}{CV_C} = \frac{\frac{\varepsilon}{3}}{\frac{\varepsilon}{2}} = \frac{2}{3}$$

B ۲۰۷۹- گزینه‌ی (۳) در مداری که مقاومت معادل بیش‌تر است جریان کم‌تری به وجود می‌آید. در مدار گزینه‌ی سوم مقاومت معادل از بقیه بیش‌تر است و جریان کم‌تری وجود دارد.

$$R_{T1} = \frac{2R}{3}, \quad R_{T2} = \frac{R}{3}$$

$$R_{T3} = 2R, \quad R_{T4} = \frac{2R}{3}$$

A ۲۰۸۰- گزینه‌ی (۳) ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را نشان می‌دهد.

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{24}{1 + 11} = 2\text{A}$$

$$V = RI = 11 \times 2 = 22\text{V}$$

C ۲۰۸۱- گزینه‌ی (۱) خازن C_1 با مقاومت ۵ اهمی موازی است:

$$V_{C1} = RI = 5I$$

خازن C_2 با مقاومت ۱۰ اهمی موازی است:

$$V_{C2} = RI = 10I$$

دقت کنید که به دلیل عدم عبور جریان از خازن، جریان عبوری از مقاومت ۵ و ۱۰ اهمی یکی است.

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1 V_1}{C_2 V_2} = \frac{3 \times 5I}{5 \times 10I} = \frac{3}{10}$$

C ۲۰۸۲-گزینهی (۱) وقتی فقط یکی از کلیدها باز است، مقاومت R در مدار است.

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{4}{r + R}$$

$$V = RI = \frac{4R}{r + R} = 3 \Rightarrow 4R = 3r + 3R \Rightarrow r = \frac{R}{3}$$

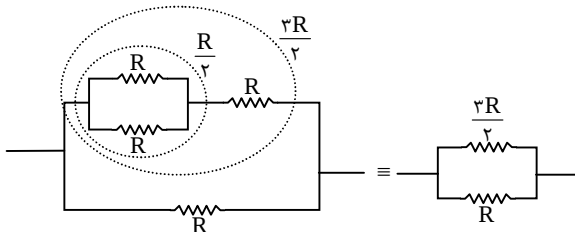
وقتی هر دو کلید بسته شوند، مقاومت مدار $\frac{R}{3}$ است.

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{4}{\frac{R}{3} + R} = \frac{4}{\frac{4R}{3}} = \frac{3}{R}$$

$$V = \frac{R}{3} \times I = \frac{R}{3} \times \frac{3}{R} = 1V$$

B ۲۰۸۳-گزینهی (۲)

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} = \frac{5}{3R} \rightarrow R_T = \frac{3R}{5} = 3 \Rightarrow R = 5\Omega$$



A ۲۰۸۴-گزینهی (۱) چون جریان ورودی به رئوس C خارج می‌شود، (و نه از B) بنابراین جای لغزنده تأثیری در طول سیمی که جریان از آن عبور می‌کند ندارد. یعنی مقاومت رئوس و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند.

B ۲۰۸۵-گزینهی (۴)

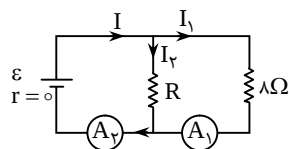
مقاومت معادل شکل ۱ $R_T = 6 + R_V$

$$R_{T_V} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_V = \frac{6 R_2}{6 + R_2} \quad \text{مقاومت معادل شکل ۲}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_T}{R_{T_V}} \Rightarrow \frac{P_1}{4/5 P_1} = \frac{6 + R_V}{6 + R_2} \Rightarrow \frac{1}{4/5} = \frac{6 + R_V}{(6 + R_2)(R_2 + 6)}$$

$$\Rightarrow 27 R_2 = 36 + R_V^2 + 12 R_2 \Rightarrow R_V^2 - 15 R_2 + 36 = 0 \Rightarrow (R_V - 3)(R_2 - 12) = 0 \Rightarrow R_V = 3\Omega, R_2 = 12\Omega$$

B ۲۰۸۶-گزینهی (۳) مقاومت معادل مقاومت‌های ۱۰ و ۴۰ اهمی را که موازی‌اند به دست می‌آوریم:



$$R = \frac{40 \times 10}{40 + 10} = 8\Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۸ اهمی:

$$V = R_V I_1 = 8 \times 2/5 = 2.0V$$

با توجه به قانون جریان‌ها:

$$I = I_1 + I_V \Rightarrow 3 = I_V + 2/5 \Rightarrow I_V = 0.4A$$

$$V = R I_V \Rightarrow 2.0 = R \times 0.4 \Rightarrow R = 5\Omega$$

$$R_T = \frac{40 \times 8}{40 + 8} = \frac{20}{3}\Omega$$

A ۲۰۸۷-گزینهی (۲) چون مقاومت‌ها موازی‌اند، ولتاژ دو سر آن‌ها یکی است:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V_2=V_1} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{8} = \frac{24}{12} \Rightarrow P_2 = 16W$$

A ۲۰۸۸-گزینهی (۳) $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ پس جریان در مدار ساعتگرد است.

$$\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{(R_T + r_T)} = \frac{18 - 6}{(7 + 3) + (1 + 1)} = \frac{12}{12} = 1A$$

قانون ولتاژها را در جهت جریان می‌نویسیم:

$$V_A - 3 \times 1 - 6 - 1 \times 1 = V_B \Rightarrow V_A - 10 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 10V$$